

LA METODOLOGÍA DE LA INDAGACIÓN EN LA PRÁCTICA DOCENTE, AL
IMPLEMENTAR UNA UNIDAD DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA EN GRADO SEXTO

Julián David Quintero Agudelo

Jhon Fredy Suárez Marín

Universidad Tecnológica de Pereira

Maestría en Educación

Pereira

2018

LA METODOLOGÍA DE LA INDAGACIÓN EN LA PRÁCTICA DOCENTE, AL
IMPLEMENTAR UNA UNIDAD DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS
ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA EN GRADO SEXTO

Julián David Quintero Agudelo

Jhon Fredy Suárez Marín

Asesores

Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López

Dr. Héctor Gerardo Sánchez Bedoya

Trabajo de grado para optar al título de Magister en Educación.

Universidad Tecnológica de Pereira

Maestría en Educación

Pereira

2018

Nota de Aceptación

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Dedicatoria

A mi esposa, hijos y familia,

por su apoyo incondicional y tiempo sacrificado.

Julián David

A mi familia,

motor para alcanzar mis objetivos.

A los docentes de Colombia,

por su compromiso hacia la construcción de sociedad.

Jhon Fredy

Agradecimientos

A la Universidad Tecnológica de Pereira, por brindarnos a través de los docentes y personal de apoyo una excelente educación posgradual y permitirnos ser mejores profesionales, íntegros en beneficio de una nueva sociedad.

Al Ministerio de Educación Nacional y a la Secretaría de Educación del municipio de Dosquebradas, por la oportunidad de mejorar nuestra práctica docente a través del programa becas para la excelencia docente.

A la comunidad educativa de la institución educativa Nuestra Señora de Guadalupe, por permitir el espacio para realizar la observación de la práctica docente con los estudiantes de grado sexto, además por brindarnos la oportunidad de este espacio de formación y mejoramiento personal y laboral.

A nuestros asesores la Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López y al Dr. Héctor Gerardo Sánchez Bedoya, por sus sabias enseñanzas y guiarnos pacientemente durante el desarrollo de nuestro trabajo de investigación.

A nuestros compañeros de curso, por su incondicional solidaridad, sus valiosos aportes y conjunta perseverancia en la realización de los objetivos.

Tabla de contenido

Resumen.....	10
Abstract.....	11
Introducción.....	12
Capítulo I: Planteamiento del problema.....	12
1.1. Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas	15
1.2. Antecedentes	16
1.3. La enseñanza de las matemáticas en la institución educativa Nuestra Señora de Guadalupe.....	20
1.4. Visión retrospectiva.	22
1.4.1. Visión retrospectiva docente 1	22
1.4.2 Visión retrospectiva docente 2.....	27
1.5 Pregunta de investigación y objetivos.....	31
Capítulo II: Marco teórico	33
2.1. Fundamentación matemática y didáctica de las ecuaciones lineales con una incógnita.	33
2.2. Práctica docente	35
2.2.1. Secuencia didáctica.....	36
2.2.2. Competencia científica.....	37
2.2.3. Interactividad	37
2.3. Metodología de la indagación	38
2.4. Unidad didáctica	40
2.5 Situaciones didácticas de Guy Brousseau.	41
Capítulo III: Metodología	44
3.1. Tipo de investigación.....	44
3.2 Diseño de la investigación	44
3.3. Técnica e instrumentos de investigación.	46
3.3.1. Observación	46
3.3.2. Estudio de caso por autoobservación.	46
3.3.3. Instrumentos para recolección de datos.	47
3.3.4. Matriz para el análisis de los datos según metodología de la indagación práctica	49
3.4. Fases de la investigación.....	49
Capítulo IV: Análisis de datos	51
4.1 Secuencia Didáctica	52
4.1.1 Actividad Medular	54
4.1.2 Momentos de la clase flexible.....	58
4.2 Competencia Científica.....	63

4.2.1 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.....	63
4.2.2 Enseñanza de las competencias disciplinares	70
4.3 Interactividad	76
4.3.1 Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.....	78
4.3.2 Andamiaje	81
Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones.....	85
5.1 Conclusiones	85
5.2 Recomendaciones	87
Referencias Bibliográficas	91
Anexos	96

Lista de Tablas

Tabla 1 Categorías y subcategorías de la práctica docente.....	48
Tabla 2 Fases y subcategorías de la indagación práctica.....	49
Tabla 3 Porcentajes de coocurrencias en la categoría secuencia didáctica.....	52
Tabla 4 Porcentajes de coocurrencia en la categoría competencia científica, promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.....	64
Tabla 5 Porcentaje de coocurrencia en la categoría competencia científica, enseñanza de las competencias disciplinares.....	70
Tabla 6 Porcentaje de coocurrencia en la categoría interactividad.....	77

Lista de Figuras

Figura 1. Categoría secuencia didáctica.....	53
Figura 2. Categoría competencia científica, promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.	65
Figura 3. Categoría competencia científica, enseñanza de las competencias disciplinares.....	71
Figura 4. Categoría interactividad.....	78

Lista de Imágenes

Imagen 1. Formato para diseñar la unidad didáctica.....	41
Imagen 2. Fragmento de una guía del estudiante.....	54
Imagen 3. Puesta en marcha de una sesión de clase utilizando herramientas de computación.....	56
Imagen 4. Material lúdico para el aprendizaje de igualdades, tomado de la guía del estudiante.....	57
Imagen 5. Fragmentos de la guía del estudiante al resolver los ejercicios con el software	59
Imagen 6. Interacción docente con estudiantes durante una de las sesiones de clase.....	60
Imagen 7. Desarrollo de clase centrada en los docentes y los contenidos. (Visión retrospectiva)	62
Imagen 8. Desarrollo de actividad por parte de un estudiante	66
Imagen 9. Estudiante argumentando su idea durante una sesión de clase.	67
Imagen 10. Aparte de la Guía el estudiante	73
Imagen 11. Desarrollo de la clase mediante sesiones de grupo.	79
Imagen 12. Actividad de clase para trabajo en grupo extraído de las guías del estudiante	80
Imagen 13. Conjunto de cartas, solución a una ecuación	83

Resumen

El propósito de esta investigación es mostrar la interpretación de las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica de los docentes al diseñar e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita en grado sexto. Los resultados obtenidos se describen a partir de la observación de la práctica de aula de los autores a través de las categorías secuencia didáctica, competencia científica e interactividad.

El diseño de esta investigación es de tipo cualitativo en el cual se describe la práctica docente, que fue observada mediante la utilización de herramientas de videograbación de las sesiones de clase de los docentes investigadores a modo de estudio de caso.

En conclusión, se pudo observar que los docentes se apropiaron de la metodología de la indagación al aplicar estrategias propias como el hecho desencadenante, la exploración de información, la integración de saberes y la resolución de problemas en el desarrollo de su práctica docente.

Palabras clave: competencia científica, enseñanza de ecuaciones lineales, interactividad, metodología de la indagación, práctica docente, secuencia didáctica, situaciones didácticas, unidad didáctica.

Abstract

The purpose of this research is to show the interpretation of Inquiry - Based Learning Methodology implications in the practice of teachers at designing and implementing a didactic unit for teaching linear equations with one unknown to sixth grade students. The obtained results are described from the observation of the authors' teaching practice at classroom. This observation and description were developed guided by the following categories: didactic sequence, scientific competence and interactivity.

This research has a qualitative design and describes the teaching practice, observed through the use of video recording tool in each teachers' class session as a way of case study.

As a way of conclusion, adequate appropriation of the Inquiry - Based Learning Methodology was observed on the teachers at implementing suitable strategies during teaching practice such as: triggering event, exploration and integration.

Keywords: scientific competence, teaching of linear equations, interactivity, Inquiry - Based Learning Methodology, teaching practice, didactic sequence, didactic situations, didactic unit.

Introducción

En la investigación se observó la práctica docente de los autores desde las categorías secuencia didáctica, competencia científica e interactividad y se interpretó a partir de las implicaciones que la metodología de la indagación tuvo en dicha práctica al diseñar, planear e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita.

Ahora bien, con el fin de determinar dichas implicaciones, los docentes, inicialmente observaron y analizaron sus clases, buscando caracterizarlas y utilizarlas como antecedente de análisis, a lo que denominaron visión retrospectiva. Posteriormente recolectaron información teórica sobre la metodología de indagación, la cual implementaron durante las sesiones de clase, a través de una unidad didáctica construida con base en dicha metodología y las situaciones didácticas de Brousseau. La unidad mencionada se caracterizó por utilizar situaciones relacionadas con el contexto de los estudiantes, el uso de saberes previos y la pregunta como eje principal.

Para el análisis de la práctica docente se utilizó la técnica de autoobservación, para lo cual se hizo un registro videográfico del actuar del docente, que sirvió de fuente de información para el análisis de las interacciones propias en el aula. Debido a la necesidad de hacer una observación constante y analizar cada situación, en relación con los comportamientos entre los actores del proceso, para llegar a describir dicha práctica, como es holística e inductiva, se establece que dicha investigación es de tipo cualitativo de corte descriptivo.

Con respecto a la estructura del documento, este se compone de cinco capítulos que hacen referencia al planteamiento del problema de investigación, el marco conceptual, la metodología, el análisis de datos, y las conclusiones y recomendaciones.

En el capítulo I se realiza el planteamiento del problema, donde se fundamenta la revisión de antecedentes, los resultados académicos de la institución educativa y la visión retrospectiva de los docentes, también se establece la problemática del proyecto dentro de las dificultades de la enseñanza de la matemática, posteriormente se explicita la pregunta de investigación y los objetivos del proyecto.

En el capítulo II se establece el marco teórico dando a conocer los postulados de algunos autores que aportan a los conceptos trabajados dentro de esta investigación, como lo son: práctica docente, secuencia didáctica, competencia científica, interactividad y metodología de la indagación.

El capítulo III hace referencia a la metodología utilizada en esta investigación, en este caso se hace referencia a la metodología de indagación, su diseño y las técnicas e instrumentos de recolección de datos utilizados.

Cabe aclarar que este trabajo de grado hace parte del macroproyecto “La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira”, por lo tanto comparte su fundamentación en los capítulos uno, dos y tres con los proyectos realizados por sus integrantes.

En el capítulo IV se realiza el análisis de la información obtenida de las sesiones de clase, establecidas en los instrumentos de recolección y sistematizada en software informático, como paquetes de ofimática y programas especializados como Atlas.Ti.

En el capítulo V se muestran las conclusiones de esta investigación y recomendaciones obtenidos a partir del desarrollo en el proceso investigativo.

Finalmente, en se encontrarán las referencias bibliográficas de los documentos y los autores tomados como fuente para la fundamentación de dicho trabajo, como también los anexos utilizados a lo largo de la realización del proyecto investigativo.

Capítulo I: Planteamiento del problema

La era de la globalización exige de profesionales críticos, creativos, con altos valores éticos, culturales y sociales, en este sentido la educación cumple un papel determinante en la formación integral de las nuevas generaciones.

Es así, que en la formación de los nuevos líderes la sociedad delega la responsabilidad a la escuela de preparar las personas para que aprendan a vivir y a convivir. Al respecto Perkins (2010), menciona que demasiadas personas lamentan los 12 años de estudio en la escuela, al sentir que ésta le sirvió muy poco para desenvolverse en la vida. Para el caso de la matemática, el resolver situaciones aplicando fórmulas, de poco ha servido para tomar decisiones en contextos reales. Se ha considerado que la enseñanza de la matemática está enmarcada en la transmisión de conocimientos, bajo modelos algorítmicos, repetitivos y centrados en el docente, otorgándole al estudiante un papel pasivo en su aprendizaje.

Es por esta razón que la práctica docente ha generado un reto para la investigación educativa, aunque durante varias décadas, la gran mayoría de los estudios se centraron más en el aprendizaje que en la enseñanza, tal como lo manifiesta Céspedes y González (2012) “Las formas de enseñanza y aprendizaje exigen cambios en nuestra práctica docente y su reflexión constante, que ayude a entender lo que sucede en la escuela y en los procesos de enseñanza aprendizaje” (p. 15).

1.1. Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas

El Ministerio de Educación Nacional, MEN (2011), afirma que “las evaluaciones realizadas a maestros muestran falencias tanto en el conocimiento disciplinar como en el conocimiento didáctico inherente a la propia disciplina, lo cual puede explicar parte de las dificultades que tienen los estudiantes en su aprendizaje, reflejado en bajos desempeños académicos mostrado en pruebas nacionales e internacionales” (p. 11), ante lo cual Rico (2007) expresa que “los docentes

no disponen de herramientas conceptuales adecuadas y suficientes desarrolladas, a partir de las cuales realizar una buena planificación” (p.53).

Asimismo, Sanmartí (2005) manifiesta que la presión temporal de “acabar el programa”, que a los profesores suelen imponerles, lleva a que la actuación en el aula sea generalmente el resultado más de la concreción de intuiciones y de rutinas adquiridas a través de la experiencia, y no de conocimientos teóricos y prácticos aplicados conscientemente en la planificación.

Situación ésta que ha resultado en una práctica docente con elementos de improvisación, desorganización y desconocimiento de estrategias metodológicas. De allí la importancia de destacar investigaciones que han abordado problemáticas relacionados con la práctica docente de profesores que enseñan matemáticas.

1.2. Antecedentes

En este contexto de búsqueda se encontró la investigación: “La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación?”, de la Universidad de los Andes de Bogotá por (Andrade, Perry, Guacaneme y Fernández, 2003), donde se muestra la práctica docente enfocada en aspectos particulares, dada la dificultad de observarla en su totalidad. Es una investigación cualitativa de orientación interpretativa, realizada con docentes de matemáticas en instituciones de básica secundaria en la ciudad de Bogotá y su intención fue describir aspectos de la práctica docente del profesor de matemáticas.

Entre sus conclusiones se refleja que a pesar de la tecnología y la sistematicidad, la práctica de algunos profesores que posibilita verlas como innovadoras, es aún incipiente, dado que por parte de algunos no hay un proceso reflexivo serio que lleve a cambios significativos o a soluciones reales; al contrario se han implementado estrategias intuitivas del profesor y que

parecen adecuadas desde la concepción no profundizada ni analizada, añadiendo su forma usual de proceder, a partir de su visión preconcebida de las matemáticas por la comodidad y control que esto representa para él.

Es así, como la transformación en la manera de enseñar debe realizarse desde la reflexión consciente con observaciones minuciosas de lo que pasa en el aula, por esto sugieren auto monitorear la práctica del aula (Andrade *et al.*, 2003).

En este sentido un estudio realizado en cuanto al ejercicio de pensar la práctica de los maestros, realizado por González-Weil, Martínez, Galax, Cuevas y Muñoz (2012), mediante la realización de la investigación que lleva por título: “La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico”, en el marco de los proyectos de investigación e innovación de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile), aproximándose a un enfoque indagatorio bajo la metodología de la teoría fundamentada (Grounded Theory), la cual permitió el desarrollo de un conjunto de conceptos integrados ofreciendo una explicación teórica, detallada y precisa del fenómeno en estudio (Strauss y Corbin. Citados en González-Weil, *et al.*, 2012).

Este estudio fue de corte cualitativo, realizado con maestros de educación secundaria de poblaciones vulneradas, el cual permitió poner en reflexión la educación científica como camino hacia el mejoramiento de la calidad y equidad del aprendizaje científico en educación secundaria, posibilitando nuevas líneas de investigación que dan orientaciones sobre cómo guiar la formación del docente, ya que concluye que su rol es fundamental para lograr una transformación hacia una enseñanza con calidad, buscando estrategias innovadoras que permitan transformar los aprendizajes y la formación de formadores.

De igual manera un estudio realizado en la tesis doctoral por Gómez (2007), planteó cuatro preguntas que direccionaron la investigación:

¿qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?,
¿cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúe eficaz y eficientemente?, ¿cómo se deben diseñar e implementar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?, ¿qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial? (Gómez, 2007, p.3).

Para esta tesis se implementó la metodología de la indagación, con la cual se pretendió y se propuso explorar, describir, caracterizar y explicar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura didáctica de la matemática de bachillerato en la Universidad de Granada.

La investigación contribuyó al avance en la conceptualización de los principales elementos en los que se fundamenta el diseño de la asignatura al igual que a la caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, identificando aspectos del diseño y desarrollo de la asignatura de matemáticas y de las visiones, experiencias y actuaciones de los futuros docentes, asimismo, se identificaron estadios del desarrollo y variables del conocimiento didáctico a partir de los cuales se caracterizó la evolución del progreso de los diferentes grupos, por medio de la interpretación y adaptación de las tres teorías de la didáctica de la matemática (la teoría de la génesis para el desarrollo del conocimiento didáctico de los organizadores del currículo, la teoría de la calidad de la información para introducir la noción de factor desarrollo y la teoría

social del aprendizaje de Wenger), lo cual permitió construir un significado para el desarrollo del conocimiento didáctico. Como lo fueron las innovaciones en el diseño de los currículos desde un contexto socio-cultural en la formación de los profesores de didáctica de la matemática.

Lo anterior reafirmado por De Guzmán (1989), quien dice que siempre hay que recordar que los estudiantes aprenden matemática por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de la matemática por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, su confianza y buena disposición hacia esta área están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela. De allí que los argumentos que sustentan el porqué de la importancia de la enseñanza de las matemáticas han sido cuestionados y transformados. Al respecto, el MEN (2006) ha considerado tres factores prioritarios, los cuales anteriormente no habían sido estimados como importantes: “la necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de los valores democráticos” (p. 47). En complemento a lo anterior, en los Lineamientos curriculares de matemáticas (1998), se considera el área de matemáticas como:

Una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual (MEN, p.1).

En este sentido y dentro de un marco normativo nacional es importante asumir que “la formación de educadores en Colombia tiene como fin fortalecer la alta calidad científica y ética, hacer de la práctica pedagógica parte fundamental de su saber” (Ley 115, 1994, Art.109). Práctica pedagógica, docente y didáctica que se debe hacer evidente en las acciones que se

realizan al interior de las instituciones educativas y en las relaciones que se generan al interior del aula, en la enseñanza de la matemática.

1.3. La enseñanza de las matemáticas en la institución educativa Nuestra Señora de Guadalupe

La problemática anteriormente enunciada, se observa en los bajos desempeños en las pruebas presentada por los estudiantes tanto a nivel internacional, PISA, programa para la evaluación internacional de los estudiantes, como a nivel nacional, pruebas Saber, que miden la calidad de la educación en Colombia.

Para el caso de la institución educativa Nuestra Señora de Guadalupe, en su informe del día de la excelencia educativa, día E, mostró para el año 2017 un índice sintético de calidad de 5,21 para el ciclo de primaria, valor inferior respecto a la meta de mejoramiento establecida por el ministerio para el mismo año de 6,09. Caso similar se observa para la educación básica cuyo índice sintético de calidad en 2017 fue de 6,16 y cuyo valor fue inferior a la meta esperada de 6,25 para el mismo año. El mismo informe revela en su componente progreso para el área de matemáticas en el año 2016, un porcentaje de estudiantes de grado quinto con nivel de insuficiente de 20% que resultó mayor al generado por las pruebas presentadas en el año 2015 el cual fue de 12%.

Por otra parte, los resultados de las pruebas Saber también reflejan la distribución porcentual de los estudiantes según los niveles de desempeño en el área de matemáticas. En estos resultados, se puede observar que en el año 2015 el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel de desempeño insuficiente fue del 12% y los ubicados en el nivel de desempeño mínimo fue del 25%. Para el año 2016 el porcentaje en el nivel de insuficiente fue del 20% y en el nivel mínimo fue del 34%. Si se suman los dos niveles en 2015 se refleja un 37% de estudiantes en

nivel insuficiente y mínimo, y para el 2016 el acumulado de estos dos niveles muestra un resultado de 54%. Esto también indica que existe una gran población; más de la mitad para el año 2016, que no alcanzan a llegar a los niveles de satisfacción o avance que permitan observar en los estudiantes un dominio de habilidades matemáticas tales como la formulación y resolución de problemas.

Con base en lo anterior, en el análisis sobre los resultados de las pruebas Saber de grado 5°, se puede observar que los estudiantes presentan dificultad para traducir un problema cotidiano en un contexto simbólico matemático, además no resuelven problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas en contextos aritméticos. Desde la interpretación de resultados de las pruebas estandarizadas aplicadas a los estudiantes de grado superior, como las aplicadas por el ICFES (2016), se puede observar que, en los grados once de la institución, en la competencia comunicativa el 82% de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos, y el 70% no establece relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Por otro lado, en la competencia razonamiento, el 90% de los estudiantes no interpreta ni usa expresiones algebraicas equivalentes y en la competencia resolución, el 75% de los estudiantes evaluados no resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales. Según lo anterior, se debe encaminar la enseñanza para fortalecer aquellas habilidades sobre el pensamiento numérico y de sistemas numéricos, para que puedan resolver y formular problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación, conceptos que deben ser puestos en escena, en la formulación y solución de ecuaciones, lo que promovió la escogencia del objeto matemático para la unidad didáctica. También, la enseñanza debe brindar al estudiante la oportunidad de

desarrollar la abstracción del pensamiento variacional, de sistemas algebraicos y analíticos, con lo cual puede identificar diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

Aunque los resultados de las pruebas evalúan el aprendizaje de los estudiantes, los mismos tienen estrecha relación con la enseñanza, la cual ha sido impartida entre otros por los autores de esta investigación, lo que llevó a caracterizar su práctica de aula, en lo que se ha denominado visión retrospectiva de la práctica docente.

1.4. Visión retrospectiva

Para observar la práctica de los docentes como uno de los antecedentes, se optó por el registro videográfico de las sesiones de clase en grado sexto de la institución educativa Nuestra Señora de Guadalupe, el cual permitió caracterizar y documentar el ejercicio de ambos investigadores profesionales en ingeniería, antes de su formación pos gradual, en lo que para este trabajo se denominó la visión retrospectiva.

Ambos Docentes realizaron la transcripción de tres sesiones de clase durante el inicio de los estudios de maestría; y luego de su lectura, procedieron al análisis, del cual emergieron las categorías que caracterizaron su práctica y actuar en el aula.

1.4.1. Visión retrospectiva docente 1.

Luego de un análisis e interpretación de las transcripciones, emergieron cinco categorías, que dado el proceso de codificación, fueron interpretadas por el docente 1, como las más relevantes en su práctica.

Las cinco categorías que emergieron son: explicación, interacción, exploración de saberes previos, fortalecimiento de conceptos, la pregunta.

La *explicación* es el momento en el cual el docente transmite un concepto o idea en particular a los alumnos. El docente toma la palabra, y a través de lenguaje oral, corporal y escrito quiere transmitir el conocimiento a sus estudiantes de manera grupal o durante la aclaración de conceptos de manera individual durante el proceso. En el siguiente fragmento de transcripción del video 1 se observa parte de la explicación.

Docente: Los números mixtos son los que representan las fracciones impropias, los que representan esto, la parte entera y la parte fraccionaria. Y los números mixtos solo se pueden obtener a partir de fracciones impropias. ¿Por qué?, no lo vamos a copiar todavía, ya lo vamos a ver. ¿Por qué los números mixtos son números que se componen de dos partes una parte entera y una parte fraccionaria cierto Esas son las fracciones impropias si nosotros miramos las fracciones propias tienen parte entera? Miren el dibujo

Estudiantes: no

Docente: no tienen parte entera porque recuerden yo siempre tomo menos de la unidad o sea que siempre son fraccionarios siempre son partes fraccionarias (Quintero, 2015, p.3)

Momentos como el anterior son frecuentes durante las clases, pueden manifestarse de forma grupal o individual. Se observó que el 34.45% de los fragmentos de transcripción presentan las características que se mencionaron con anterioridad. Se puede observar que el docente recurre con frecuencia al modelo tradicional de clase, donde la enseñanza no está centrada en el estudiante, la clase es magistral y las técnicas memorísticas se presentan en los procesos, generando poca apropiación del conocimiento por parte del estudiante y que a su vez, poco interactúe en su proceso de construcción.

La interacción hace referencia al contacto directo del docente con el alumno, tanto en la parte académica como interpersonal. Este contacto facilita el proceso al entablarse una relación de confianza y respeto que favorece la percepción del estudiante hacia el aprendizaje. En el siguiente fragmento de transcripción puede apreciarse esta interacción.

Docente: para sacar los números mixtos de cualquier fracción

Estudiante: profe hagamos el de ciento treinta y cinco que no...

Docente: vamos hacer pues el de ciento treinta y cinco, vamos a hacerlo pues. Voy a borrar esto también. ¿Copiaron éste?

Estudiantes: si, no

Docente: Bueno cópienlo y hagan la división se los voy a dejar ahí para que no lo borremos. (Quintero, 2015, p.6).

La interacción entre el docente y el estudiante es un elemento inexorable dentro de un proceso educativo, la empatía que surja entre los actores, puede hacer del aula un territorio de convivencia y aprendizaje. El 14.29% de los fragmentos de transcripción presentaron los aspectos antes mencionados.

La exploración de saberes previos se presenta para dar continuidad al tema cuando es necesario que el docente recuerde saberes adquiridos previamente, para lograr articular el nuevo contenido a lo visto en clases anteriores. Son instantes en los cuales el docente indaga en los estudiantes a través de preguntas o explicaciones, acerca del tema visto con anterioridad. Un ejemplo de esta exploración es el siguiente fragmento de transcripción.

Docente: ahora, las fracciones impropias, ¿qué características tienen?

Estudiante: que el numerador es mayor al denominador

Docente: eso, que el numerador es mucho, mucho no, es más grande que el denominador, entonces supongamos yo puedo tener tres medios, que es la fracción más pequeña impropia que yo puedo sacar, tres medios, puedo tener cinco tercios, puedo tener diez y ocho cuartos, en fin, que el numerador siempre es mayor que el denominador.

¿Qué otras características tienen estas fracciones? Que gráficamente...

Estudiante: llenan más de un cuadro (Quintero, 2015, p.2)

Momentos en los que el docente hace uso de los conocimientos previos de los estudiantes, permiten realizar aclaraciones durante la clase, para reforzar conceptos o simplemente recordar métodos matemáticos. Los fragmentos de transcripción relacionados con esta categoría representaron el 10.92%.

El fortalecimiento de conceptos se da cuando el docente refuerza lo que actualmente se está trabajando en clase, tratando de mantener la atención en el tema y su interiorización, a través de aclaraciones o la realización de ejercicios. En el siguiente momento de la clase se muestra la articulación que se realiza entre varios conceptos nuevos y otros ya adquiridos

Docente: bueno muchachos entonces miremos acá yo al realizar la división yo puedo sacar el número mixto. Cómo creen ustedes que puedo sacar de ahí el número mixto. Miren que es muy sencillito. El cociente de la división pasa a ser la parte entera el residuo pasa a ser el numerador de la parte fraccionaria y el otro que es el divisor pasa a ser el denominador de la parte fraccionaria (Quintero, 2015, p.4).

Fortalecer conceptos implica que el docente repita lo que está tratando de explicar, para dar claridad al tema. Sin embargo, muchas veces la falta de interés y motivación en los estudiantes hacia el nuevo contenido, ocasionan que este no sea fácilmente asimilable, y el proceso se vea afectado por situaciones ajenas a la intención del maestro. Situaciones donde se presenta el refuerzo de conceptos tratados durante la clase se dan en un 16.81%, del total de transcripciones.

La pregunta fue un recurso que el docente utilizó, cuando frecuentemente indagó en sus estudiantes por diferentes aspectos como: temas vistos anteriormente, procedimientos en ejercicios, operaciones, cálculos mentales, entre otros. Es el momento en el cual el docente indaga a sus estudiantes en alguno de los términos mencionados anteriormente. Lo hace a través de preguntas simples o frases que el estudiante debería completar. El siguiente fragmento de transcripción representa uno de estos momentos. “Docente: ¿pasando qué?, Estudiante: el cero, Estudiante: la coma, Estudiantes y Docente: la coma, Docente: ¿hacia dónde?, Estudiantes: la izquierda, Docente: ¿cuántos espacios?, Estudiantes: 1” (Quintero, 2015, p.9).

La pregunta es un recurso que debe ser previamente planeado para el contexto en que se desarrolla la clase y los objetivos que se busca con ésta. Aunque se hizo evidente que el docente constantemente usa las preguntas durante la clase; 23.53% de los fragmentos de transcripción, éstas fueron surgiendo del mismo proceso, sin una planeación e intención específicos. Además, fueron preguntas de respuesta inmediata, que requerían el análisis solo del contexto que en ese instante el docente estaba desarrollando.

1.4.2. Visión retrospectiva docente 2.

A través de la transcripción hecha desde la observación tomada por medio de las videograbaciones de las clases se pudo determinar que para el docente 2 emergieron a modo de categorías las siguientes: *organización*, la cual se explica cómo la estrategia impartida por parte del docente para la puesta en marcha de una clase, un tema o una actividad. *Presentación*, definida como el momento en que el docente enuncia el tema a desarrollar y da algunas indicaciones, además puede realizar ejemplos para reforzar las indicaciones del nuevo tema. *Actividad por parte del estudiante*, cuando el docente propicia en el estudiante realizar acciones conducentes a desarrollar temas y responsabilizarse de su aprendizaje. *Interacción*, categoría que aparece en el momento en que ocurre la interacción entre los alumnos y el docente, inclusive entre los mismos estudiantes, de modo que se preste ayuda o se comparta algo. Por último, la categoría *aprendizaje*, evalúa y corrobora los conceptos que permita progresar en el conocimiento.

A continuación, se explica cómo fueron emergiendo para el docente 2, cada una de las categorías de acuerdo con el análisis hecho sobre las sesiones de clases. Para ello, se enuncian a través de un fragmento de las clases y se muestra un porcentaje, calculado con respecto a la frecuencia de aparición durante todo el desarrollo de las sesiones de clase.

Un momento de la clase, en el cual emergió la categoría *organización*, fue cuando el docente generó algunas pautas para llamar la atención de los estudiantes como se puede observar en el siguiente apartado de la transcripción:

Docente: muy buenos días (hace el saludo ubicándose frente a ellos y los estudiantes responden el saludo)

Docente: ¡bueno! Muchas gracias por su atención. Vamos hoy a iniciar la clase de matemáticas con el tema decimales, conversión de fracción a decimal y viceversa. (Ubicado al frente y apoyándose al mirar las guías que lleva en sus manos) (Suárez, 2015, p. 4).

Esta categoría mostró que el docente estableció estrategias para la puesta en marcha de un tema y se vio reflejada en las clases en un 22% respecto al total de apariciones de todas las categorías y que una vez preparado el ambiente propicio para el inicio de la clase, el docente siguió con la explicación del tema.

En la caracterización de la práctica docente en la visión retrospectiva emerge otra categoría que se denomina *presentación*, en la cual el docente enuncia el tema a desarrollar y da algunas indicaciones, además puede realizar algunos ejemplos para reforzar los conceptos del nuevo concepto a tratar. Un ejemplo de ello resulta del siguiente fragmento de la clase:

Docente: entonces, cuando los números del denominador no son múltiplos de 10 ni de 5 ni de 2, por ejemplo $\frac{8}{3}$

Docente: ahí toca hacer la división simple, 8 dividido 3, cuánto está el 8 en el 3,

Estudiante: dos

Docente: dos por tres seis a ocho, dos, listo. ¿El tres en el dos está? entonces pongo decimal y bajo un cero, ¿sí o no? hay que hacerlo si quiera con tres decimales.

Docente: ¿tres en el 20, compañeros?

Estudiante: seis

Docente: seis. Tres por seis, dieciocho, a veinte, dos. Como ya hay una coma no hay necesidad de poner más comas, pero si hay que seguir dividiendo, entonces en el dos no está, pone un cero,

tres en el 20, seis. Seis por tres, dieciocho a veinte, dos. Lo hacemos con dos decimales y terminamos listo.

Docente: o sea que este número cómo queda (mostrando la división realizada en el tablero)

Estudiante: 2,66 (Suárez, 2015, p.11).

Esta parte procedimental del profesor es la que se refleja con mayor frecuencia, en un 29%, pero en la cual se puede observar que está orientada a dar conceptos textuales y aunque también plantea preguntas, en su mayoría son cerradas y no permiten un razonamiento más allá del de resolver un algoritmo matemático memorístico solamente.

Después que el docente realiza una explicación del tema, lleva a que los estudiantes, mediante guías de trabajo, realicen actividades conducentes a interiorizar los conceptos propuestos y que de forma autónoma se responsabilicen de su aprendizaje. En este momento emerge la categoría *actividad por parte del estudiante*, observada cuando el docente permite que el estudiante realice acciones conducentes a desarrollar los contenidos para interiorizar los nuevos conceptos y que podemos notar en el siguiente extracto de la clase:

Docente: 5 dividido 100000 (y la estudiante lo escribe en el tablero)

Docente: Cuantos ceros tiene (preguntando al grupo)

Estudiante: Tiene cinco

Docente: Donde está la coma inicialmente

Estudiante: Esta acá (señalando en el tablero) (Suárez, 2015, p.7).

Esta categoría apareció representada en un 22%, pero que de acuerdo con el ejemplo refleja también una clase donde el maestro es el mayor protagonista y por consiguiente transmisor de conceptos para que el estudiante solo repita.

Otra categoría que sobresalió en el desarrollo de las clases llamada *interacción*, surgió cuando se permitió, por ejemplo, el diálogo sobre los nuevos saberes cuando los estudiantes trabajaron sobre las actividades de las guías, como se puede observar en el siguiente momento de clase:

Docente: entonces voy avanzando la información y ustedes continúan con la tabla... (se va al tablero para las indicaciones de la continuación del taller, mostrando él mismo la guía a todos. Luego va a cada equipo de trabajo para aclarar dudas, pero toda solución que da la habla en voz alta para que los demás también puedan escuchar. Este proceso lo realiza varias veces mientras los estudiantes van resolviendo el taller) (Suárez, 2015, p. 3).

La categoría *interacción*, como la realizada entre los alumnos y el docente, inclusive entre los mismos estudiantes, de modo que se preste ayuda o se comparta algo, se mostró con una frecuencia del 19%, muchas veces su ocurrencia procede desde la propia iniciativa del docente y no desde los estudiantes o grupo de estudiantes con el fin de generar debate como se observó en el momento de clase anterior.

Por último, emerge con un 9%, la categoría *aprendizaje* observada en el momento en que el docente procede a plantear algunos ejercicios, aclarando dudas y a veces dejando tareas para la casa, momento cuando se admite de manera consensuada los conceptos que permita progresar en el conocimiento, como se muestra en el siguiente apartado de clase:

Docente: donde está la coma inicialmente (cuestiona a la niña en el tablero)

Estudiante: Ahí (señalando en el tablero)

Docente: Cuantas veces hay que correr la coma

Estudiante: cuatro

Docente: una, dos tres (El docente muestra en el tablero)

Docente: Dónde está la coma

Estudiante: ¡ah, ya, ya! (cae en cuenta la estudiante del error)

Docente: ¿cuántos ceros son?

Estudiante: cuatro

Docente: ¿está bueno? (preguntando al salón sobre el ejercicio resuelto por la estudiante)

(Suárez, 2015, p. 7).

De acuerdo con las categorías que emergieron de la práctica del docente se observa que las clases en su gran mayoría se limitaron a la transmisión de conocimientos sin ofrecer oportunidades de análisis o interpretación y que puede deberse entre otras cosas a la falta de preguntas retadoras y una mayor participación de los estudiantes en su propio aprendizaje.

1.5. Pregunta de investigación y objetivos

A partir de las situaciones expuestas, de las inquietudes planteadas y desde los antecedentes consultados, surge la necesidad de proponer investigaciones encaminadas a la reflexión de las prácticas docentes. En este sentido surge la pregunta de investigación: ¿Cuáles son las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente, al diseñar e

implementar una unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita en grado sexto?

Objetivo general

Interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente al diseñar e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita en grado sexto.

Objetivos específicos

- Interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente en la categoría secuencia didáctica, para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita en grado sexto.
- Interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la competencia científica del docente a través del diseño e implementación de una unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita en grado sexto.
- Interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente en la interactividad, a través del diseño e implementación de una unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita en grado sexto.

Capítulo II: Marco teórico

En este capítulo se presenta la fundamentación matemática y didáctica de las ecuaciones lineales con una incógnita, la práctica docente, sus características a partir de la metodología de la indagación y la construcción de la unidad didáctica que será un elemento de análisis que se deriva del proceso de descripción e interpretación de la práctica de aula de los docentes investigadores.

2.1. Fundamentación matemática y didáctica de las ecuaciones lineales con una incógnita

Para el tratamiento de ecuaciones se requiere la utilización del razonamiento algebraico el cual implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de la matemática. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones matemáticas concebida como la

ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central (Godino y Font, 2003, p.774).

Algunas características del razonamiento algebraico, expuestas por Godino y Font (2003), que son sencillas de adquirir por los niños, y por tanto deben ser conocidos por los docentes, son:

1. Los patrones o regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas. Pueden ser reconocidos, ampliados, o generalizados. El mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes. Los patrones se encuentran en situaciones físicas, geométricas y numéricas.
2. Podemos ser más eficaces al expresar las generalizaciones de patrones y relaciones usando símbolos.
3. Las variables son símbolos que se ponen en lugar de los números o de un cierto rango de números.
4. Las funciones son relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro, de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo uno del segundo conjunto. Se pueden expresar en contextos reales mediante gráficas, fórmulas, tablas o enunciados (p.776).

En cuanto a la definición de ecuaciones de primer grado con una incógnita, se suele enunciar como una igualdad en la que hay un número desconocido, normalmente representado por la letra x , llamada incógnita, con exponente 1, que no está elevado al cuadrado, ni al cubo, ni a potencia diferente de 1. ejemplo: $2x + 6 = 8$. Una expresión del tipo $2x^2 + 6 = 8$ no es una ecuación de primer grado con una incógnita porque la incógnita está elevada al cuadrado, mientras que una

expresión del tipo $2x + 6 + y = 8$ tampoco lo es porque hay dos incógnitas: la x y la y (Godino y Font, 2003).

En consecuencia, una ecuación lineal de grado uno en la variable x , es una expresión de la forma $ax=b$ en donde a, b son números reales con $a \neq 0$.

En la ecuación $2x+6=8$ la igualdad se obtiene para un determinado valor de la incógnita, en este caso cuando $x = 1$, porque al remplazar el valor de la incógnita por 1 en la ecuación, éste satisface la igualdad, así: $2(1) + 6 = 8$. A este valor se le llama solución de la ecuación. Si se sustituye la x por un número que no es solución, no se cumple la igualdad. Por ejemplo, al reemplazar a x por 2, se tiene: $2(2) + 6 \neq 8$ y por tanto no es solución de la ecuación.

Para llegar entonces a la solución de ecuaciones existen operaciones que permiten obtener ecuaciones equivalentes, así:

- La ecuación inicial y la que resulta de sumar el mismo número en los dos miembros o lados de la igualdad son equivalentes.
- La ecuación inicial y la que resulta de multiplicar por el mismo número (diferente de cero) los dos miembros de la igualdad son equivalentes.

2.2. Práctica docente

Entendida esta práctica como la que se centra en el maestro, en la manera en la que trabaja, se expresa, se comporta y se relaciona. Es decir, la descripción de sus hábitos, acciones y estilos en un contexto educativo. De acuerdo con De Lella (1999) “la práctica docente se concibe como todas aquellas actuaciones que el docente realiza en el aula con el propósito de enseñar y la

distingue de la práctica educativa en lo institucional global y el carácter social de la práctica del docente” (p.13).

No obstante, no se debe desconocer que la práctica docente involucra dos actores, el estudiante y el docente, y este último debe ser especialista en lo que enseña, en este caso matemática, su historia y epistemología. Además, debe tener conocimientos amplios, claros y precisos en la metodología y didáctica de esta disciplina, lo cual incluye conocimientos de diseño y desarrollo curricular, diseño y uso de medios y materiales de instrucción y, por fin, métodos y técnicas de evaluación de los aprendizajes (Briones, 1999).

Por esta razón, se propone analizar la práctica docente desde tres categorías: secuencia didáctica, competencia científica e interactividad, (González-Weil, *et al.*, 2012), las cuales contribuyeron con la reflexión de lo sucedido en el aula durante la implementación de la unidad didáctica diseñada desde la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau.

2.2.1. Secuencia didáctica.

La secuencia didáctica está relacionada con la pregunta ¿qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructuran? La misma tiene en cuenta la forma en que se plantea la situación problema a los estudiantes, el inicio, desarrollo y cierre de la sesión; la claridad en las instrucciones dadas a los estudiantes, la manera en que se generen inquietudes y cuestionamientos desde contextos reales, el acompañamiento del docente en la construcción de conocimientos facilitando y regulando el aprendizaje. Así como la relación entre la situación planteada y el contenido, la reorientación de su práctica en el aula de acuerdo a los intereses de

los estudiantes, el uso de material didáctico como mediador cognitivo y las estrategias para recuperar y articular saberes (González-Weil, *et al.*, 2012).

2.2.2. Competencia científica.

La competencia científica, relacionado con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? (González-Weil, *et al.*, 2012), hace referencia a la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes y a la forma como se enseñan; se ven cuando el docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de la comunicación en sus diferentes formas para articular los saberes previos con nuevos aprendizajes, al hacer uso del lenguaje disciplinar apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes y cuando se apropia de estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.

2.2.3. Interactividad.

La interactividad, la cual se refiere a ¿qué características tiene la interacción profesor – alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? características que se identifican con la presencia de un proceso activo de negociación. Además, de la construcción conjunta de significados a partir de un monitoreo intencionado y sistemático que propician el andamiaje, las cuales se muestran en el trabajo colaborativo a través de estrategias que posibilitan el aprendizaje al hacer preguntas relacionadas con las inquietudes de los estudiantes (González-Weil, *et al.*, 2012).

Como se mencionó anteriormente, las categorías descritas permiten analizar la práctica docente de los investigadores, práctica que se interpretará a partir de la metodología de la indagación.

2.3. Metodología de la indagación

La indagación se describe como una estrategia innovadora para aprender y enseñar, incorpora la construcción y reelaboración de preguntas guiadas, dialogadas y participativas; con la intención de encontrar una relación dinámica, fuerte y viva entre palabra, reflexión y acción argumentada, generando una interacción explicada desde la comprensión y significación de los participantes (Uzcátegui y Betancourt, 2013).

Ahora bien, la metodología de la indagación especifica el rol del docente en crear un ambiente que motiva al estudiante a participar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de manera activa, abandonando su papel de transmisor de conocimientos para desempeñar un rol de guía, introduciendo medios de aprendizaje y haciendo uso de preguntas que promueven la investigación, despertando la curiosidad de los estudiantes para que alcancen procesos meta cognitivos de comprensión y reflexión (Cristóbal y García, 2013). Por tanto, compromete al docente en: promover el diálogo en el aula, formular constantemente preguntas, dar tiempo suficiente para responder, hacer retroalimentación cada vez que la enseñanza y el aprendizaje lo requiera, posibilitar la evaluación formativa a través de la autoevaluación y la evaluación entre pares (Harlen, 2013).

En consecuencia, se reconoce al docente como, quien facilita la situación problema con la intención de plantear, cuestionar y someter a prueba hipótesis, razonamientos, conclusiones; mientras observa, toma nota para luego orientar esos razonamientos hacia el saber (Amador, Rojas y Sánchez, 2015), siendo un mediador que posibilita la construcción de significados y acerca al estudiante hacia el conocimiento, dicha construcción es permitida por medio de un modelo de fases dinámicas que se conoce como indagación práctica (Bustos, 2011).

Para los propósitos de esta investigación, las fases de la indagación práctica fueron integradas en la matriz (Anexo 2) usada para interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente. Las fases son, (Bustos 2011, citado por Amador *et al.*, 2015):

Hecho desencadenante: el docente da inicio al desarrollo de la clase planteando un problema que promueve la participación de los estudiantes desde sus saberes previos y en el proceso tanto docente como estudiantes se involucran en interacciones en torno a situaciones que generan nuevas ideas.

Fase de exploración: se generan situaciones que son exploradas de manera individual y en sesiones de grupo de manera cooperativa a partir de la combinación de un mundo compartido y un mundo reflexivo, al realizar búsqueda y elección de información, búsqueda de hipótesis, esta información es discutida, corroborada y así mismo valorada.

Fase de integración: se construyen significados a partir de la participación de todos, se integran y sistematizan ideas de manera progresiva, el profesor orienta el proceso de manera correcta en las situaciones en el pensamiento crítico.

Fase de resolución: se centra en la resolución del problema y la evaluación de la solución propuesta, al hacer un análisis riguroso de las explicaciones o soluciones acordadas a las situaciones propuestas (p. 40).

La metodología de la indagación se concretó en la planeación, organización y construcción de la unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita.

2.4. Unidad didáctica

Existen varios significados relativos al concepto de unidad didáctica. En esta investigación se adopta la propuesta por Coll (1991), la define como la unidad de trabajo relativa a un proceso completo de enseñanza y aprendizaje que tiene una duración fija, precisa de objetivos, bloques elementales de contenido, actividades de aprendizaje y actividades de evaluación.

Por tanto, se considera como una forma de planificar el proceso de enseñanza y aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad, Escamilla (1992).

En este sentido, según el Ministerio de Educación Nacional (1992), la unidad didáctica es una unidad de programación y actuación docente configurada por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado, para la consecución de unos objetivos didácticos.

En este trabajo se tuvo en cuenta el siguiente esquema para escribir la unidad didáctica:

AREA: MATEMÁTICAS NOMBRE DE LA UNIDAD: _____ GRADO: _____

Tema a desarrollar: Se especifica el tema que se desea trabajar				
Justificación y Fundamentación teórica: Se describe la teoría que apoya el saber matemático a trabajar y se justifica con base en alguna investigación. Es decir, por qué es necesaria esta unidad.				
Objetivo General: debe contener el qué, el cómo y el para qué de la unidad en general				
Estandar de competencia: Es necesario comprender el estándar, describirlo y relacionar los contenidos conceptuales procedimentales y actitudinales que estén implicados en ese estándar.				
CC: Contenidos conceptuales ¿qué tienen que saber?	CP: Contenidos procedimentales ¿Qué tienen que saber hacer?	CA: Contenidos actitudinales Actitudes a fortalecer o desarrollar		
Estrategias didácticas				
Número de Clase	Estrategias de enseñanza y de aprendizaje			
1	Se describe el espacio pedagógico según corresponda el conocimiento a construir. Paralelamente se describe lo concreto, lo gráfico y lo abstracto involucrado en la construcción del conocimiento.			
2	Se pueden diseñar fichas de trabajo según el tema estas se anexan en este apartado.			
Evaluación				
Tipo	Procesos evaluados	Criterios de evaluación Son los parámetros que se tiene en cuenta para evaluar		
Qué tipo de evaluación se va a implementar	Son los implicados de acuerdo al estándar	Matriz de evaluación con Indicadores de desempeño		
		Nivel I	Nivel II	Nivel III
Lenguaje a manejar Términos que el docente va a implementar durante los espacios pedagógicos.				
Recursos y mediadores cognitivos: Describirlos brevemente.				
Habilidades cognitivas a fortalecer. Nombrarlas y explicar las razones por las cuales se fortalecen durante la unidad				

Imagen 1. Formato para diseñar la unidad didáctica.

Fuente: Macroproyecto de matemática, 2015.

El diseño, planeación y organización de la unidad didáctica en esta investigación, como se mencionó anteriormente se hizo teniendo en cuenta la metodología de la indagación y las situaciones didácticas de Brousseau.

2.5. Situaciones didácticas de Guy Brousseau

Guy Brousseau (citado en Sadovsky, 2005) plantea un modelo que rompe con los esquemas tradicionales y saca al estudiante del sistema de sólo recibir los conocimientos por parte del profesor y lo introduce en una interacción que lo lleva a la producción de conocimientos, donde se piensa la enseñanza desde una mirada de producir a partir de lo que ya se sabe y es el docente quien debe generar espacios que llevan al estudiante a la construcción de estos nuevos saberes.

Las situaciones didácticas de Brousseau son:

Situación acción, permite al alumno hacerse cargo de un problema, emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001, p. 43).

En consecuencia, la situación acción (experimentando – descubriendo) tiene que ver con el trabajo individual que realiza el estudiante interactuando con el medio didáctico generado por el maestro y pensado en el estudiante, el cual responde a despertar el interés del mismo, ya que el problema propuesto no tiene respuesta inmediata, así lo lleva a pensar y diseñar una serie de estrategias de solución para dicho problema.

Situación de comunicación, en ésta el estudiante intercambia con sus compañeros información, lo cual exige que intervenga en ella, formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías y los ponga a prueba con otros. Reconoce los que están conformes con la actividad matemática y tome los que le son útiles para continuarla (Gómez, 2001).

Por consiguiente, la situación de comunicación (hipótesis – comunicado) requiere de la comunicación de los estudiantes, llevándolos a generar interacción con el otro en relación con el problema planteado y donde cada integrante debe ser partícipe activo aportando ideas de solución las cuales emergen de la interrelación con el medio didáctico.

Situación de validación, momento de comprobación de la validez en las respuestas del estudiante al problema; para esto él debe poder validar la situación. Es decir, debe hacer declaraciones que se someten a juicio de sus interlocutores, quienes rechazan o aceptan sus

afirmaciones; se hace necesario que la propia situación informe al alumno si lo ha hecho bien o no, si su solución es acertada, sin tener que recurrir a la ayuda del maestro (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

Así la situación de validación (demostración – comprobación), consiste en poner a discusión las ideas obtenidas en la interacción grupal. Los estudiantes validan su conocimiento por medio de pruebas para poder demostrar frente a los demás su afirmación con ayuda de argumentos.

Situación de institucionalización, momento en el que el docente concilia los saberes que el estudiante ha emitido a lo largo de las situaciones anteriores con el saber cultural o científico, creando sentido entre las producciones de los estudiantes y el saber cultural cuando concluye, recapitula, sistematiza, ordena y vincula las producciones de los estudiantes, preservando el sentido de los conocimientos científicos (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

En la situación de institucionalización (formalización), el estudiante ha generado una serie de concepciones frente al problema planteado y es aquí donde se culmina el proceso, convirtiéndose ésta en el cierre de la situación didáctica. El maestro se involucra de forma más activa en el proceso, toma lo realizado por los estudiantes hasta el momento y lo formaliza, lo pasa de un saber personal a uno institucional, a un saber socialmente elaborado.

Capítulo III: Metodología

En este capítulo se presenta la sustentación metodológica que permitió el desarrollo del proyecto, tipo y diseño de investigación, técnicas e instrumentos y fases.

3.1. Tipo de investigación

La investigación es de tipo cualitativo, de corte descriptivo interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), puesto que “brinda descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones” (p. 9), busca comprender y reflexionar sobre la práctica docente en su entorno natural como lo es, el aula. Para este caso el propósito es interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente a través de una unidad didáctica para la enseñanza ecuaciones lineales con una incógnita en grado sexto.

El trabajo se enfoca en el análisis del registro y sistematización de información asociada a las acciones y discursos del docente a partir de las transcripciones de videograbaciones de clase realizadas durante la implementación de la unidad didáctica.

3.2. Diseño de la investigación

El diseño de la investigación se toma desde la Teoría fundamentada, “lo cual significa que la teoría va emergiendo fundamentada en los datos” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p.444). Para el diseño se consideran tres momentos:

Inicialmente se toma como antecedente primario, antes de la formación posgradual, la observación de tres clases de los investigadores a través de videograbaciones de la práctica del docente en el aula, las cuales se transcriben para buscar acciones recurrentes, línea a línea, y desde la codificación abierta de la teoría fundamentada, permiten “analizar y generar por

comparación constante categorías iniciales de significados” (Hernández *et al.*, 2010, p. 494), con este conjunto de categorías emergentes, se construyó la visión retrospectiva de los docentes. Después, a través de la codificación axial se establecen conexiones entre las categorías y de allí emergen subcategorías (Hernández, *et al.*, 2010); que permiten caracterizar la práctica de los docentes.

En un segundo momento, posterior a la revisión documental, se diseñó y planeó una unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación, la cual se implementa en tres sesiones de clase que son grabadas, transcritas en un procesador de texto y posteriormente importadas y analizadas en el software Atlas.ti, donde se realiza la codificación de acuerdo a los ítems según instrumento de recolección y sistematización de información (Anexo 1), lo que posibilita de manera recurrente describir las acciones de los docentes según categorías, subcategorías e ítems del instrumento.

En el tercer momento, para analizar la información sistematizada se tiene en cuenta la matriz para el análisis de los datos, construida a partir de las fases de la indagación práctica: hecho desencadenante, exploración, integración y resolución (Bustos, 2011) (Anexo 2). Fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección de información, para describir la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de los docentes, generando un modelo teórico y explicativo a través de la codificación selectiva.

En este sentido se construye un diccionario, donde se relacionan las definiciones teóricas y algunas apreciaciones propias de los investigadores, sobre los elementos que conforman los instrumentos de análisis de la información, esto tiene por objetivo disminuir la subjetividad al momento de realizar el proceso de codificación y servir como insumo al momento de realizar el análisis y la discusión de los datos.

3.3. Técnica e instrumentos de investigación

3.3.1. Observación.

La observación implica el análisis y la síntesis, la actuación de la percepción y la interpretación de lo percibido. O sea, la capacidad para descomponer o identificar las partes de un todo y reunificarlas para reconstruir este todo. Es decir, esa facultad para identificar y conocer el conjunto de cualidades y partes de los objetos y fenómenos de la realidad que actúan directamente sobre los sentidos, ya que por medio de éstos sólo se conocen algunas cualidades aisladas (Cerde, 1991, p.237).

En la investigación se asume la técnica de recolección de información a partir del registro video gráfico de las sesiones de clase que conforman la unidad didáctica, y en función de que los investigadores personalmente manejan lo sucedido en el aula, se considera que es una observación participante, en la que su objetivo se enmarcó en conocer el fenómeno desde dentro y por cuanto los investigadores se observan a sí mismos, se considera que es una observación “natural”, ellos pertenecen a la comunidad donde se observó el fenómeno, y esto facilita el trabajo de recolección de datos (Cerde, 1991, p.241).

De aquí, que la observación que permite describir la práctica docente desde las categorías propuestas por González-Weil, *et al.*, (2012): secuencia didáctica, competencia científica e interactividad.

3.3.2. Estudio de caso por autoobservación.

La autoobservación como criterio científico de investigación, se ha fortalecido en los últimos años en la comunidad académica, en particular la enfocada a estudiar la enseñanza y el aprendizaje escolar, con las reflexiones de los investigadores sobre sus propias prácticas; como se evidencia en Gómez (2007) y Brousseau (2007).

La investigación cualitativa no parte de hipótesis y, por lo tanto, no pretende demostrar teorías existentes, más bien busca generar teoría a partir de los resultados obtenidos (Martínez, 2011).

De igual manera Hernández (*et al.*, 2010), sostienen que el objetivo central en los estudios cualitativos se enmarcan en la manipulación de elementos subjetivos, y que esto no es viable en comunidades ampliamente numerosas, por lo que entre menor sea la cantidad de casos, mayor conocimiento se puede hacer del objeto a investigar; razón por la cual para esta investigación se ha toma un estudio de caso representado en dos docentes de básica secundaria que orientan matemáticas, nombrados en propiedad y becados por el Ministerio de Educación Nacional.

3.3.3. Instrumentos para recolección de datos.

El instrumento para la recolección y sistematización de datos (Anexo 1) que permitió describir la práctica docente tiene como referente las categorías de análisis propuestas por González-Weil, *et al.*, (2012):

Secuencia didáctica, en la que se pretende responder a la pregunta: ¿qué actividades se realizan en el salón y cómo se estructuran? a través de las subcategorías: actividad medular, momentos de la clase flexibles, orientación explícita de la actividad y el docente como guía

Competencia científica, en relación con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? tiene dos subcategorías: promoción de conocimiento, capacidades y actitudes, y enseñanza de las competencias disciplinares.

Interactividad, relacionada con la pregunta ¿qué características tiene la interacción profesor alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? a través de las subcategorías:

presencia de un proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes; y andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes (p. 112).

La siguiente tabla muestra las categorías descritas anteriormente:

Tabla 1 Categorías y subcategorías de la práctica docente.

Categoría	Subcategoría
Secuencia Didáctica	Actividad medular Momentos de la clase flexibles
Competencia científica	Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes. Enseñanza de las competencias disciplinares.
Interactividad	Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes. Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes

Fuente: Macroproyecto de matemática, 2016.

Para la validación del instrumento se siguieron los siguientes pasos:

El primer piloto del instrumento se hizo a través del Semillero en Didáctica de la Matemática, SEDIMA, de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Posteriormente, fue revisado por los maestrantes inscritos en el macroproyecto de matemática, becarios del Ministerio de Educación Nacional, primera y segunda cohorte, quienes realizaron los ajustes requeridos teniendo en cuenta los fundamentos teóricos que direccionan esta investigación. Con estos insumos se procedió a hacer otra prueba piloto con estudiantes del programa de Licenciatura en Pedagogía Infantil en el curso “Construcción y didáctica de las matemáticas tres”; a partir del cual se hacen ajustes al instrumento y a la matriz de análisis, para posteriormente ser validados por dos expertos en esta área.

3.3.4. Matriz para el análisis de los datos según metodología de la indagación práctica.

La matriz para el análisis de los datos (Anexo 2) fue diseñada en el macroproyecto de matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira “La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática”, primera y segunda cohorte y validada por expertos.

La matriz se construye teniendo en cuenta las fases de la indagación práctica (Bustos, 2011), fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección y sistematización de información, para establecer el nivel de apropiación de la metodología de la indagación en la práctica del docente observado. La tabla 2, resume dichas fases y subcategorías.

Tabla 2 Fases y subcategorías de la indagación práctica.

Fases	Subcategoría
Hecho desencadenante	Planeación de clase abierta y participativa
	Exploración de conocimientos previos
	Planteamiento del problema contextualizado
	Involucrar al estudiante
Exploración	Construcción de significados
	Búsqueda de hipótesis
	Sesiones de grupo para exploración cooperativa
	Aporte individual de ideas para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada
	Búsqueda y elección de información
Integración	Construcción conjunta de significado a partir de las explicaciones apropiadas del problema planteado
	Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones
Resolución	Evaluación de la solución propuesta
	Confirmación y análisis de la explicación

Fuente: Macroproyecto de matemáticas, 2016.

3.4. Fases de la investigación

La investigación realizada se puede resumir en ocho fases, las cuales son garantes de los resultados presentados sobre la interpretación de la práctica docente del investigador, así:

Fase 1: problematización en la enseñanza de la matemática en el contexto nacional e institucional.

Fase 2: caracterización de la práctica docente del investigador antes de iniciar la formación postgradual, *visión retrospectiva*.

Fase 3: apropiación del saber matemático, su didáctica y la metodología de la indagación.

Fase 4: diseño, planeación y construcción de la unidad didáctica.

Fase 5: validación e implementación de la unidad didáctica.

Fase 6: interpretación de la práctica docente a partir de la metodología de la indagación al implementar la unidad didáctica.

Fase 7: discusión y análisis de los datos.

Fase 8: conclusiones y recomendaciones.

Capítulo IV: Análisis de datos

En el presente capítulo se muestra el análisis de los hallazgos encontrados durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones de primer grado con una incógnita, diseñada por los investigadores teniendo en cuenta la metodología de la indagación, y utilizada como recurso para determinar las implicaciones que dicha metodología tuvo sobre la práctica de los docentes.

Para la recolección de la información fue necesario el registro en video de las tres sesiones que cada docente realizó para la implementación de la unidad didáctica y sus respectivas transcripciones, que fueron llevadas como documentos primarios al software Atlas.ti, y sobre éstos, se realizó la codificación selectiva, realizada mediante la asignación de códigos a fragmentos de transcripción compuestos por líneas o párrafos. Los códigos fueron asignados de acuerdo al instrumento para la recolección de datos (Anexo 1), conformado por las tres categorías que permitieron observar la práctica de los docentes: secuencia didáctica, competencia científica, e interactividad, y a la matriz para el análisis de los datos diseñada a partir de las fases hecho desencadenante, exploración, integración y resolución de la indagación práctica (Anexo 2).

Finalizada la codificación, con el software se generaron dos tablas (Anexos 3 y 4) que permitieron establecer las coocurrencias entre los diferentes códigos; entendiéndose como coocurrencia, la ocurrencia simultánea en el aula de clase, de una acción representada por un ítem del instrumento con el cuál se observó la práctica docente y uno de las fases de la indagación práctica. Los resultados de estas tablas se dan en porcentajes, cada uno de ellos se establece como un indicador de la apropiación de la metodología de la indagación por parte de

los investigadores, ya que mide la frecuencia de las acciones del docente relacionadas con cada una de sus fases, en las diferentes categorías de la práctica docente. Dado lo anterior y a la gran cantidad de datos resultantes, se toman los porcentajes más altos y más bajos para el análisis.

A partir de las tablas; resumidas al inicio del análisis de cada categoría, se construyó un diagrama que facilitó la visualización de los resultados y permitió la triangulación de la información con los antecedentes y la teoría, para describir las implicaciones que la metodología de la indagación tuvo en la práctica de los docentes investigadores.

4.1. Secuencia Didáctica

Esta categoría se relaciona con la pregunta: ¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructuran?, la conforman dos subcategorías: la actividad medular, la cual contempla las actividades contextualizadas y los recursos empleados por los docentes para su ejercicio; y momentos de la clase flexible que se adecúan a los requerimientos de los estudiantes y facilitan el desarrollo de la clase (González-Weil, *et al.*, 2012). La Tabla 3 muestra los resultados arrojados por el software, los cuales indican los porcentajes de coocurrencia entre la categoría secuencia didáctica y las fases de la indagación práctica.

Tabla 3 Porcentajes de coocurrencias en la categoría secuencia didáctica

Secuencia didáctica	Actividad medular						Momentos de clase flexible					
Ítems	1A-1		1A-2		1A-3		1B-4		1B-5		1B-6	
Fases de la indagación práctica	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2
EX-Búsqueda de Hipótesis	10%	6%	20%	3%	0%	2%	5%	2%	0%	0%	0%	4%
EX-Construcción de significados	0%	0%	0%	0%	2%	0%	0%	0%	0%	0%	4%	2%
EX-Explicación Docente	0%	0%	0%	2%	2%	0%	0%	36%	0%	0%	2%	3%
EX-Exploración Colaborativa	0%	0%	0%	3%	1%	3%	0%	24%	6%	3%	5%	2%
HD-Clase Participativa	4%	4%	1%	4%	7%	17%	1%	1%	2%	23%	13%	1%
HD-Conocimientos Previos	4%	5%	11%	0%	3%	0%	4%	3%	3%	0%	3%	3%

HD-Involucrar	1%	3%	3%	0%	5%	1%	2%	0%	4%	1%	17%	4%
HD-Planteamiento Problema	47%	47%	43%	50%	3%	13%	0%	3%	7%	15%	1%	0%
INT-Construcción Conjunta	0%	0%	0%	0%	4%	0%	5%	2%	1%	0%	38%	10%
INT-Sistematización	6%	0%	0%	2%	0%	3%	0%	0%	3%	2%	1%	3%
RE-Confirmación	0%	2%	0%	0%	3%	0%	0%	3%	2%	4%	7%	37%
RE-Evaluación	0%	0%	0%	0%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	5%	3%

Fuente: Atlas.ti., 2016

La siguiente figura; extraída de la Tabla 3, muestra la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica los docentes investigadores, interpretada a partir de las características que aportan las fases de la indagación práctica.

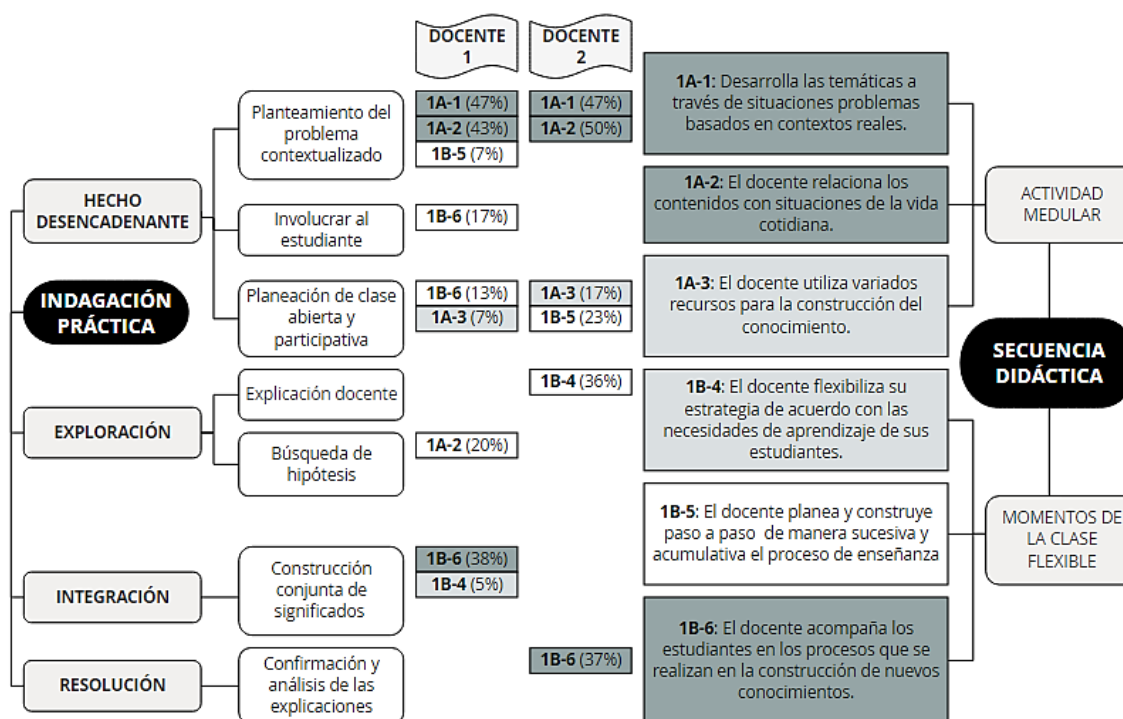


Figura 1. Categoría secuencia didáctica.

A continuación, se muestran los hallazgos y se discuten los resultados de mayor y menor porcentaje desde cada subcategoría, para interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente.

4.1.1. Actividad Medular.

La planeación de la unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita, se desarrolló en torno a una situación problema basada en la visita a un centro comercial de la ciudad, como puede verse en la siguiente figura extraída de la planeación de una de las sesiones de clase de la unidad didáctica.

Actividad 1

En el centro comercial



Vamos a ir al centro comercial donde podemos realizar muchas actividades y pasar una tarde muy agradable al lado de nuestros seres queridos y amigos

Pero bueno, apenas vamos a salir de la casa y ya debemos empezar a tomar algunas decisiones y en las cuales me hacen partícipe de la solución.

El primer reto sería determinar si nos vamos en Megabús o en Taxi. Mi madre dijo somos tres y sabemos que en taxi la carrera cuesta \$ 7.000. Sabemos también que el pasaje de Megabús por cada uno es de \$ 1.800.

¿Cuál cree que debe ser la respuesta para determinar en qué transporte nos vamos si queremos seleccionar aquel en que menos dinero se gaste?

Imagen 2. Fragmento de una guía del estudiante

De acuerdo a la Figura 1 se pudo encontrar que los docentes desarrollaron las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales, 1A-1, con 47 %, y relacionaron los contenidos con situaciones de la vida cotidiana, 1A-2, con 43 y 50% para los docentes 1 y 2,

respectivamente. Características fortalecidas desde la metodología de la indagación, en la fase hecho desencadenante, que fueron vinculadas en la práctica docente de los investigadores, desde la planeación de la unidad didáctica como se observa en la Imagen 2, con la actividad del centro comercial y se ejemplifica en los siguientes fragmentos de transcripción.

<p>Docente 1: y ahora qué pasaría si fuéramos 4? hagan los cálculos con 4 personas resulta que nos encontramos con un amigo y resulta que él también quiere ir con nosotros al centro comercial. ¿Qué sucede si él decide ir con nosotros? será más barato irnos en taxi o será más barato irnos en Megabús? (Quintero, 2016, sesión 1, p.3)</p>	<p>Docente2: Van hacer el cálculo cuánto cuesta un taxi, ¿cuántas personas dicen que van a viajar? Estudiante: tres Docente 2: Y me van a determinar, es más económico viajar en taxi o en Megabús de acuerdo a los cálculos que hicieron. (Suárez, 2016, sesión 1, p.3)</p>
--	--

En la transcripción se puede observar que la intención de los docentes fue involucrar a los estudiantes en la solución de problemas basados en contextos reales y de su vida cotidiana, haciendo uso de sus propios conocimientos, adquiridos ya sea en la escuela, o en contextos desligados total o parcialmente del ámbito académico, fueron estimulados para la realización de cálculos y comparaciones a través de una situación agradable por su contexto familiar. Como lo expresa Pineda (2013): “las ideas previas que posee el estudiante cobra gran significado al momento de abordar un nuevo concepto” (p.47). Fue así que durante el desarrollo de la clase, se les planteó a los estudiantes situaciones en las cuales fuera necesario recurrir a lo aprendido con anterioridad, y articularlo con el nuevo conocimiento de una forma contextual, como lo fue el equilibrio de la balanza a través de operaciones matemáticas. En la Imagen 3 puede apreciarse a los estudiantes realizando las actividades propuestas en la unidad didáctica.



Imagen 3. Puesta en marcha de una sesión de clase utilizando herramientas de computación.

En la imagen se puede observar a los estudiantes tratando de descifrar en grupo el funcionamiento del software, planteando entre sí, diferentes alternativas a la solución, y construyendo conjunta e individualmente el concepto de igualdad.

En la visión retrospectiva de los docentes no se observaron actividades que permitieran al estudiante la articulación de sus conocimientos y vivencias con los nuevos conceptos, puesto que la enseñanza estaba centrada en el contenido, en la explicación y solución de ejercicios.

Por ejemplo, cuando el docente 1 dijo a sus estudiantes: “el día de hoy vamos a empezar a ver cómo hacemos las conversiones de fracciones decimales a números decimales y viceversa, como título ahí en el cuaderno, vamos a colocar: (escribiendo en el tablero). Conversión de fracciones en números decimales.” (Quintero, 2015, p.1). El fragmento de transcripción muestra una enseñanza en la que no se tuvo en cuenta el contexto ni la planeación de actividades que permitieran procesos de argumentación y comunicación, como lo afirma García y Romero “los métodos de enseñanza tradicionales que se centran en el fomento de procesos automáticos y el aprendizaje memorístico no promueve que los estudiantes comprendan en profundidad lo que se enseña” (2014, p.2).

Por otra parte, la utilización de variados recursos para la construcción del conocimiento, 1A-3, como fue el caso del juego para acertar en los precios mediante operaciones, como se puede observar en la Imagen 4 tomado de la guía del estudiante sesión 2, fue determinante para el desarrollo de la clase y aunque su porcentaje de coocurrencias para ambos docentes fue uno de los más bajos dentro de los ítems que permitieron observar la práctica docente; 7 y 17% de acuerdo a la Figura 1, respectivamente, debido a que su codificación se limitaba a su aparición inicial y no al seguimiento durante toda la clase, los mismos fueron fundamentales en la actividad medular, ya que las diferentes actividades se diseñaron para ser resueltas a partir del uso de diferentes recursos como guías, software, material didáctico o el tablero. A lo anterior, Figueroa (2013) afirma que: “es necesario desarrollar materiales, estrategias metodológicas y ambientes para diseñar procesos de enseñanza y aprendizaje que motiven y comprometan el espíritu y la voluntad de nuestros alumnos” (p.2-3).

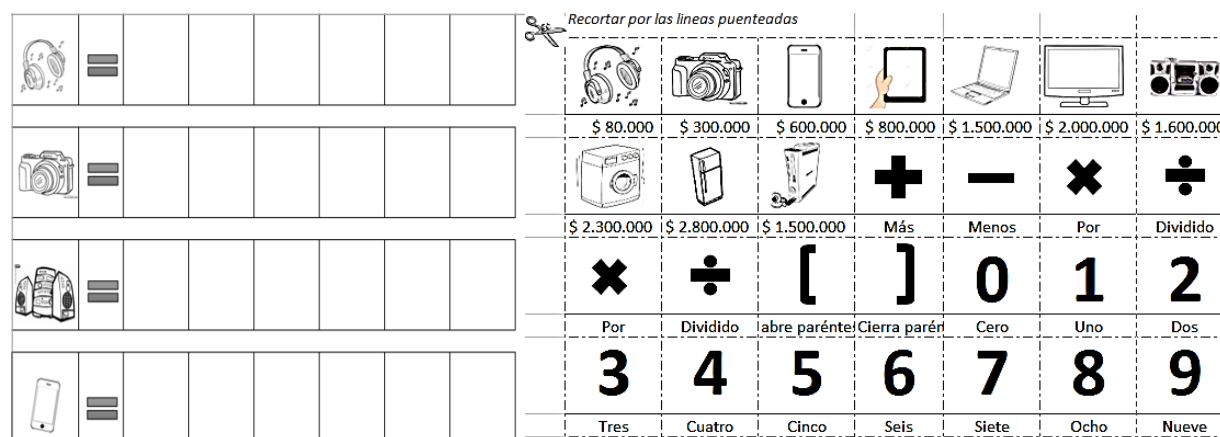


Imagen 4. Material lúdico para el aprendizaje de igualdades, tomado de la guía del estudiante

La imagen anterior es un ejemplo de las actividades planeadas por los docentes, diseñadas para que los estudiantes se involucraran en su proceso y utilizaran su creatividad, al tratar de acertar las combinaciones de imágenes, números y símbolos que coincidan con el valor de cada

producto; y al mismo tiempo, motivar en ellos el interés hacia la resolución de los ejercicios planteados, al ser éstos, fácilmente aprehensibles por la afinidad que tienen con sus conocimientos previos y experiencias. Actividades que se caracterizan según Sanmartí (2000) “por promover el análisis de situaciones simples y concretas, cercanas a las vivencias e intereses del alumnado” (p. 255).

Los recursos utilizados en la visión retrospectiva; a diferencia de los usados durante la implementación de la unidad didáctica, fueron los tradicionales: el tablero, libros y marcadores, por parte del docente, y cuaderno y lapiceros para el estudiante, lo que enmarcó la clase en un modelo tradicionalista; por ser empleados solo para apoyar la transmisión de conocimientos y no como mediadores cognitivos, que permitieran a los estudiantes acercarse a la construcción de nuevos saberes.

4.1.2. Momentos de la clase flexible.

Momentos de clase flexible son entendidos como aquellos que se adecúan a los requerimientos de los estudiantes y facilitan el desarrollo de la clase. (González-Weil, *et al.*, 2012).

Las actividades organizadas en tres sesiones y la disposición en grupos facilitaron a los docentes durante la implementación de la unidad didáctica, apropiarse de la característica de la metodología de la indagación, asociada a la construcción conjunta de significados y a la confirmación, respectivamente para ambos investigadores, descritas desde la fase de integración y resolución, de la indagación práctica, cuando realizaron el acompañamiento a los estudiantes en los procesos de construcción del nuevo conocimiento, 1B – 6, evidenciado en la Figura 1 con una coocurrencia de 38% para el docente 1 y 37% para el docente 2, y planearon y construyeron

paso a paso y de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza, manteniendo siempre un rol de guía con el aprendizaje, a través de preguntas que llevaron a los educandos a acercarse al planteamiento de las ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Lo anterior se observó cuando el docente 1 guiaba la exploración del software de la balanza y dijo a un grupo: “Bueno muy bien, si, está correcto, saben ¿por qué?, les estoy preguntando, ¿por qué quedó correcta la operación? miren la pista que les di ahora, tienen que ver tanto el valor de la pesa como el valor del gancho.” (Quintero, 2016, sesión 1, p.11). En la Imagen 5 se muestra un fragmento de la guía en el cual los estudiantes argumentaron los resultados de su trabajo en el software mediante la resolución de dos tipos de ejercicios.

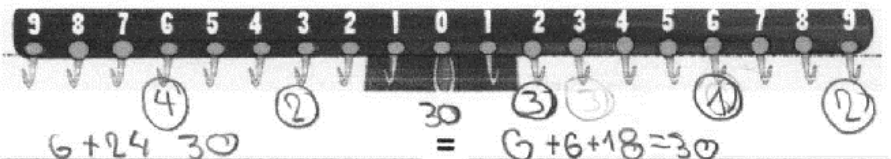
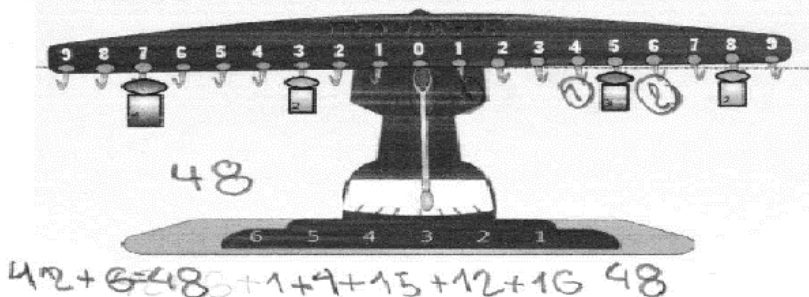
<p>Con actividades como la de la imagen, los docentes pretendían que los estudiantes colaboraran entre sí para el logro del objetivo de equilibrar la balanza en el computador, para luego pasar los resultados a la guía y compartirlo luego con sus compañeros de clase.</p>	<p>Que un estudiante escoja tres pesas y las ubique en un lado de la balanza para que los demás la equilibren</p>  <p>Sin mover las pesas ubique otras hasta lograr equilibrio</p> 
--	---

Imagen 5. Fragmentos de la guía del estudiante al resolver los ejercicios con el software

El docente acompañó el proceso mientras permitió que los estudiantes construyeran por sí mismos la respuesta a los interrogantes planteados, y la aclaración de ideas y conceptos se hizo en conjunto. La Imagen 6, muestra el acompañamiento en el aula, el monitoreo constante, la interacción con los alumnos para brindar la posibilidad que fueran ellos quienes se hicieran cargo de su aprendizaje.



Imagen 6. Interacción docente con estudiantes durante una de las sesiones de clase.

Cuando “el docente retroalimenta y monitorea los aprendizajes de manera permanente. Frente al error, el docente no es indiferente, y lo aborda señalando la respuesta correcta o bien, orientando y retroalimentando al alumno para llegar al concepto más adecuado.” (González-Weil, *et al.*, 2012, p.92), así la construcción conjunta de conocimientos se ve fortalecida con la interacción constante entre los estudiantes y el profesor.

La planeación de actividades grupales permitió que el proceso se diera de una forma dialógica, en donde la construcción conjunta de significados a partir de la elaboración de una

explicación apropiada al problema planteado, entre el docente y el alumno, y alumno con alumno, fue fundamental para la apropiación de los nuevos conceptos dada la integración y discusión de las ideas aportadas. “La interacción con otros a menudo significa que los individuos llegan a un entendimiento compartido de ideas que podrían no haber alcanzado por si solos” (Harlen, 2013, p.19).

Las características descritas anteriormente y que fueron apropiadas en el rol de los docentes no se observaron en la visión retrospectiva, la misma estuvo centrada en la transmisión de conocimientos y conceptos dados directamente por el maestro. Por ejemplo, el docente 1 iniciaba la clase a partir de una definición, como lo muestra el siguiente fragmento de transcripción en donde se enseñaba el concepto de número mixto.

Docente 1: Los números mixtos son los que representan las fracciones impropias, los que representan esto, la parte entera y la parte fraccionaria. Y los números mixtos solo se pueden obtener a partir de fracciones impropias. (Quintero, 2015, p.3).

Después de escribir la definición, pasó a los ejemplos y a la resolución de ejercicios matemáticos, de tipo algorítmico, con el único propósito que los estudiantes repitieran lo escrito por el profesor en el tablero. De manera similar, el docente 2 iniciaba su clase:

Docente 2: Entonces vamos hacer un ejemplo, (escribe en el tablero la palabra ejemplo y plantea el ejercicio también escribiéndolo en el tablero) (Suárez, 2015, p.4).
--

Los ejemplos anteriores muestran como la enseñanza, en la visión retrospectiva, fue planeada generalmente desde los libros de texto, sin una posición crítica en la selección de los ejemplos que permitieran trascender de los algoritmos y la repetición, estuvo centrada en los docentes y en el contenido que tenían para transmitir el día de clase, como se ilustra en la Imagen 7.

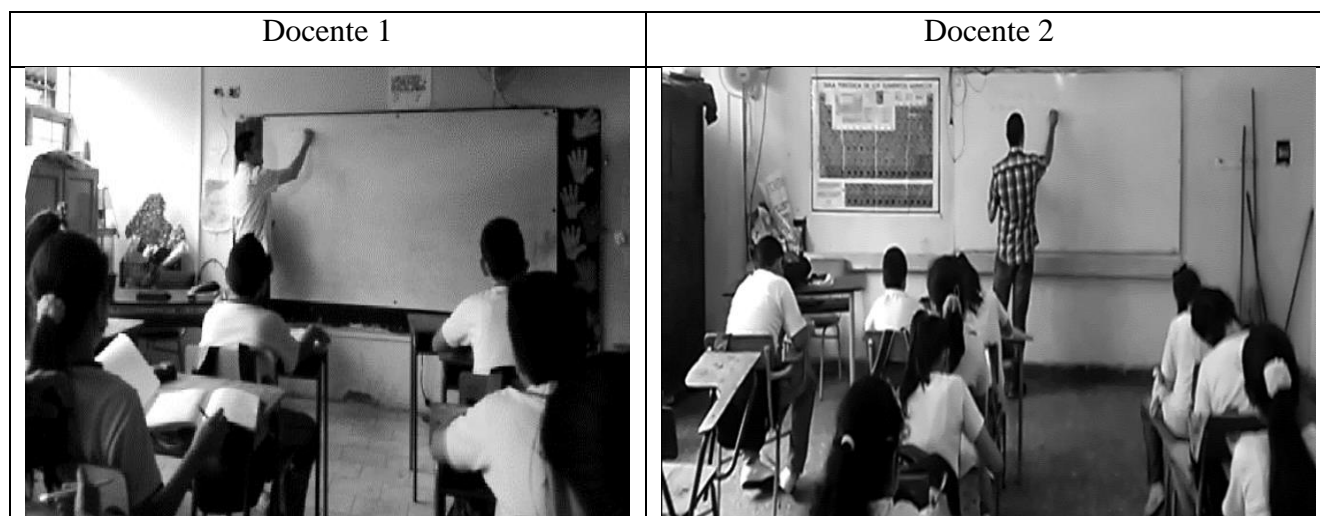


Imagen 7. Desarrollo de clase centrada en los docentes y los contenidos. (Visión retrospectiva)

Las imágenes muestran que los docentes se centran en transcribir en el tablero, descuidando lo que sucede en el aula, sin promover en los estudiantes vinculación con su proceso de aprendizaje, porque el propósito es que copien y repitan lo escrito. Cuando la enseñanza se centra en el docente, y en los contenidos poco interesa a los alumnos, puesto que no ven en estos la utilidad en su diario vivir, la descontextualización de los conceptos no permite una verdadera apropiación del mismo, como lo afirma Figueroa:

La mayoría de los textos inician con una breve explicación de los conceptos, definiciones, propiedades, resuelve algunos ejemplos y hablan muy poco de la resolución de problemas; es más, lo hacen de tal manera que no hay una secuencia didáctica que ayude a los docentes y a los propios alumnos a motivarse por aprender las matemáticas de una manera diferente a la tradicional (Figueroa, 2013, p.1).

La Figura 1 también permitió observar que la flexibilización de estrategias de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, 1B-4, tuvo una coocurrencia muy baja; del 5%

para el docente 1, desde la fase de integración. Situación que se produjo debido a que este tipo acciones se presentaron en el aula y codificaron esporádicamente en la transcripción, sin embargo, en el análisis de los videos, se pudo verificar que dentro del actuar del docente, éste adecuó sus estrategias de enseñanza cuando los estudiantes así lo requirieron.

4.2. Competencia Científica

La competencia científica, según González-Weil, *et al* (2012), está relacionada con la pregunta ¿Qué ámbitos de competencia científica aborda el docente en su clase?, y se define con dos subcategorías: la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, y la enseñanza de las competencias disciplinares. Para interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica de los docentes, se realizó dicha interpretación a partir de la sistematización de la observación de sus prácticas, la cual se resume en las figuras que preceden el análisis de cada categoría.

4.2.1. Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.

La promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, según González-Weil, *et al.*, (2012):

Se trabajan de manera interrelacionada. En relación al conocimiento, éste se construye en torno a conceptos científicos y, en menor medida, a la comprensión de la naturaleza de las ciencias. El ámbito de las capacidades está enfocado al trabajo de procedimientos característicos del quehacer científico como formular y resolver problemas. Como ámbito actitudinal se promueve, entre otros, el desarrollo de una actitud crítica y rigurosa y, en menor medida, la preocupación por el entorno (p. 89).

La Tabla 4 muestra los resultados arrojados por el software, los cuales indican los porcentajes de coocurrencia entre la categoría competencia científica desde la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, y las fases de la indagación práctica.

Tabla 4 Porcentajes de coocurrencia en la categoría competencia científica, promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.

Competencia científica	Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.															
	2A-7		2A-8		2A-9		2A-10		2A-11		2A-12		2A-13		2A-14	
Fases de la indagación práctica	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2
EX-Búsqueda de Hipótesis	0%	6%	0%	0%	2%	5%	0%	13%	3%	5%	0%	8%	0%	7%	5%	10%
EX-Construcción de significados	11%	4%	5%	0%	5%	11%	8%	6%	5%	0%	8%	0%	7%	8%	2%	11%
EX-Explicación Docente	0%	2%	0%	9%	1%	2%	3%	0%	0%	5%	6%	0%	4%	0%	2%	0%
EX-Exploración Colaborativa	0%	5%	0%	3%	2%	7%	0%	4%	0%	1%	0%	0%	0%	7%	2%	5%
HD-Clase Participativa	0%	3%	0%	1%	15%	4%	34%	2%	31%	1%	19%	3%	6%	8%	9%	6%
HD-Conocimientos Previos	0%	3%	3%	0%	8%	4%	19%	0%	15%	50%	14%	9%	15%	7%	11%	0%
HD-Involucrar al estudiante	0%	8%	3%	3%	15%	1%	40%	7%	31%	6%	20%	18%	5%	5%	8%	6%
HD-Planteamiento del problema contextualizado	0%	9%	2%	0%	8%	0%	0%	4%	4%	5%	0%	4%	0%	0%	4%	3%
INT-Construcción Conjunta de significados	0%	5%	6%	2%	5%	33%	22%	2%	22%	0%	8%	0%	3%	4%	6%	14%
INT-Sistematización	0%	6%	0%	2%	2%	11%	0%	3%	2%	2%	7%	4%	5%	3%	3%	27%
RE-Confirmación	2%	8%	3%	15%	5%	3%	17%	24%	12%	3%	5%	6%	17%	27%	16%	2%
RE-Evaluación	0%	3%	0%	0%	1%	0%	10%	4%	7%	0%	4%	0%	3%	4%	2%	0%

Fuente: Atlas.ti, 2016

A partir de las coocurrencias establecidas en la Figura 2, extraída de la Tabla 4, se procedió a la triangulación de la información para determinar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente.

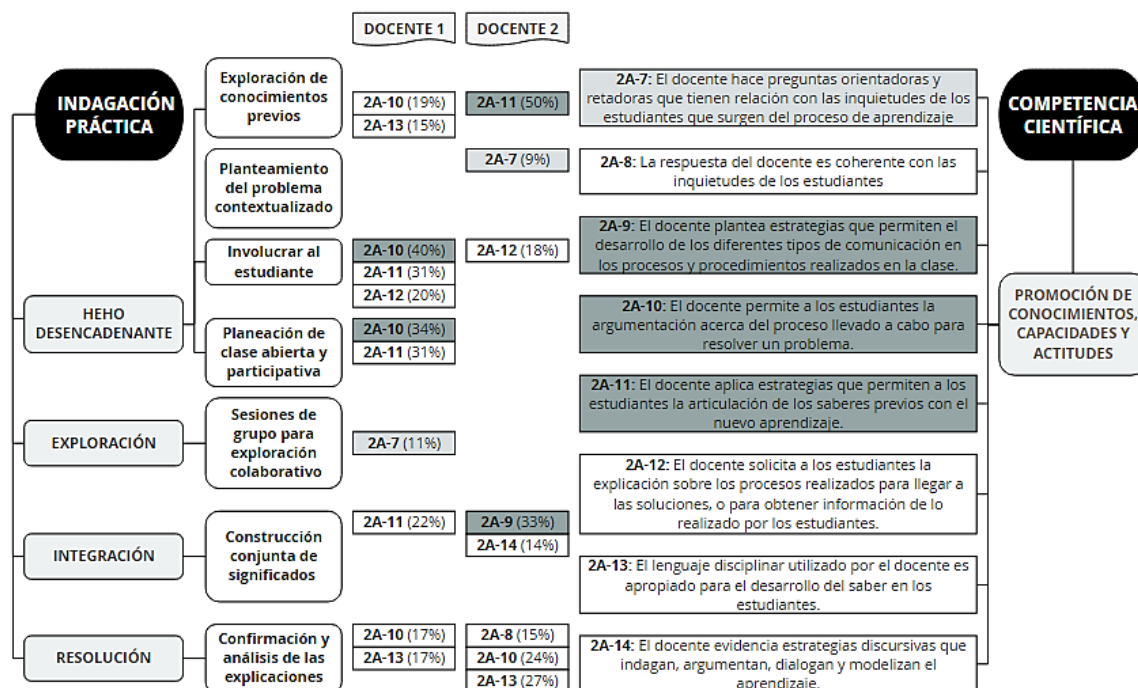


Figura 2. Categoría competencia científica, promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.

Durante la implementación de la unidad didáctica, los docentes recurrieron al uso de diversas herramientas didácticas, estrategias que les permitieron el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos, 2A-9, característica que en el docente 2 ocurrieron simultáneamente en un 33% con la fase integración de la indagación práctica, favoreciendo la construcción conjunta de significados a partir de las ideas de los estudiantes y los aportes del docente, Brousseau (2007) afirma al respecto que: “el alumno no solo tiene que comunicar una información, sino que también tiene que afirmar que lo que dice es verdadero en un sistema determinado, sostener su opinión o representar una demostración” (p.23). La Imagen 8 muestra algunas de las soluciones al ejercicio de acertar la combinación del precio del producto, propuestas por los estudiantes y ejemplifica como los docentes diseñaron estrategias para variar los mecanismos que los estudiantes debían usar para presentar sus resultados.

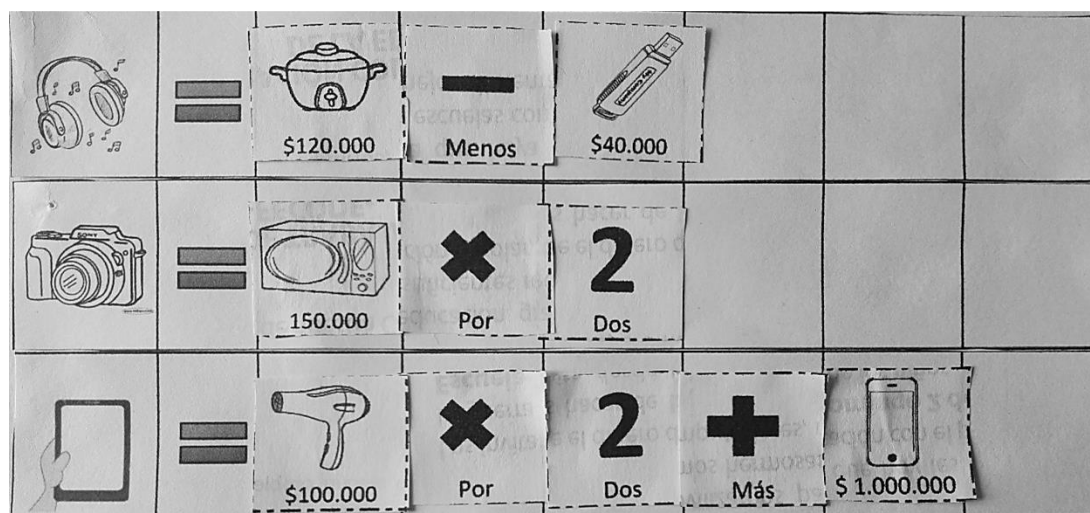


Imagen 8. Desarrollo de actividad por parte de un estudiante

Actividades como las anteriores dieron lugar a que los docentes solicitaran a los estudiantes la explicación o información de los procesos que realizaban, y a su vez argumentaran acerca de los procedimientos llevados a cabo para resolver un problema, 2A-10, característica de la metodología de la indagación apropiada por el docente 1 en su práctica de aula y que ocurrió simultáneamente con la fase de la indagación práctica, hecho desencadenante, en un 34% cuando involucró al estudiante y en 40% cuando su rol en el aula proporcionó una clase abierta y participativa. El debate, producto de la interacción dada por la argumentación y explicación de los diferentes procesos, promovió la apropiación del conocimiento y la participación de los estudiantes, haciendo del aula, un ambiente de diálogo e intercambio de argumentos. Al respecto Harlen (2013) afirma que: “el proceso de expresar ideas a través del habla o la escritura, a menudo significa que las ideas tienen que ser reformuladas de manera que se ven influidas por el significado que otros les dan a las palabras” (p.15). El siguiente fragmento de transcripción y la Imagen 9, muestra un momento en que un estudiante argumenta su resultado ante el grupo.

Docente 1: listo, acá va la pesa 5 y
 Estudiante: acá va la pesa de 6
 Docente 1: y acá va la pesa de 6 listo.
 Estudiante: $5 \times 6 = 30$ $6 \times 5 = 30$
 Docente 1: (observa a Frederick realizándolo en la gráfica) muy bien; o sea que 30 es igual a 30 listo, Bueno. (Quintero, 2016, sesión 1, p.23)

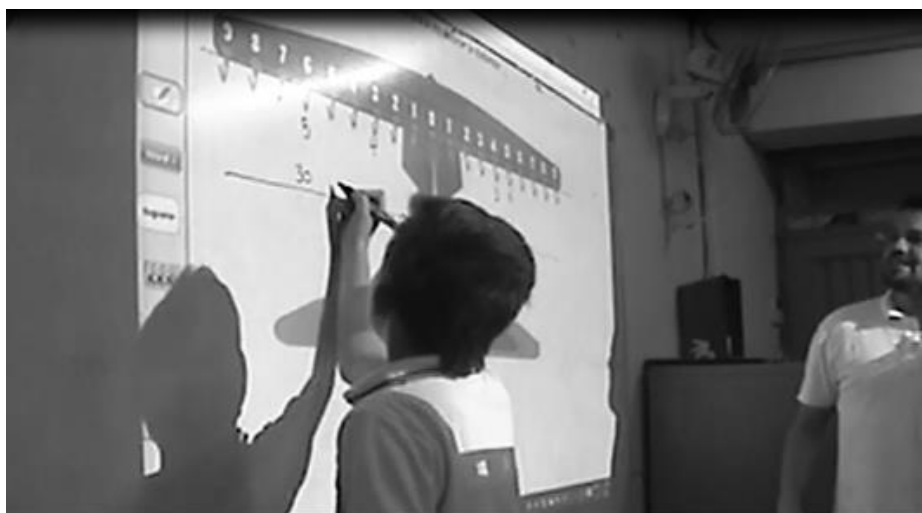


Imagen 9. Estudiante argumentando su idea durante una sesión de clase.

Las características de la metodología de la indagación apropiadas por los investigadores en su práctica de aula, relacionadas con la participación activa de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, no se observaron en la visión retrospectiva, donde la intervención de éstos estuvo condicionada por las preguntas dirigidas del docente, y su interacción también motivada por las mismas, ejemplo de ello cuando el docente 1 expresó: “por ejemplo en la primer fracción, dos medios, de dos medios que yo tengo cuántos tomo? Alumnos: dos. Docente 1: dos, o sea que son fracciones iguales a uno fracciones iguales a la unidad” (Quintero, 2015, sesión 1, p.1). Además, la argumentación se limitó a la resolución de ejercicios matemáticos de tipo algorítmico, con la ayuda ocasional del docente para resolver dudas; lo que enmarcó la clase en la consecución de un

objetivo procedimental, más que conceptual a través de problemas basados en contextos reales como se ilustra en el siguiente ejemplo, trabajando el tema de fracciones:

Estudiante: ¿profe en cuanto lo divido, en cuantas partes?

Docente 1: en el que tiene el denominador, o sea medios, dos. Pero recuerda que debes tomar más partes porque necesitas 7 y de una solo sacas dos o sea en una 2 en la otra 4 en la otra seis y la mitad de la otra. (Quintero, 2015, p.9)

De la Figura 2, también se pudo observar que los docentes implementaron estrategias que permitieron a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje, 2A-11. Lo que se observó a través de acciones o expresiones propuestas para explorar las construcciones personales del estudiante referente a una temática específica desde el contexto escolar o desde la interacción con el mundo cotidiano y a su coocurrencia con la fase de la indagación práctica hecho desencadenante de 50% para el docente 2, desde la exploración de conocimientos previos. Cuando la enseñanza brinda la posibilidad de relacionar los conocimientos previos con los nuevos para resolver situaciones del contexto, permite que el estudiante estructure su aprendizaje desde los conceptos que ya ha adquirido, ya que éstos “cobran gran significado al momento de abordar un nuevo concepto por parte del docente; puesto que, estas ideas o preconcepciones son difíciles de transformar debido a sus múltiples experiencias vividas a través del tiempo, diferentes contextos y situaciones” (Pineda, 2013, p.47).

Ejemplo de lo anterior es el siguiente fragmento de transcripción:

Docente 2: vamos a continuar con la clase, voy a repartir las guías para seguir la sesión sobre ecuaciones recuerde que la vez pasada estábamos en el tema de ecuaciones; se hacen entonces en parejas para empezar la guía. Docente 2: vamos a recordar (por favor detrás de la guía empecemos a trabajar o al frente donde están los ejercicios) cuáles de las siguientes expresiones corresponden con el concepto de ecuación, recordamos que es una ecuación miremos los apuntes, que escribimos sobre ecuación. (Suárez, 2016, sesión 3, p.3)

La articulación de los saberes previos con el nuevo contenido también se observó en la visión retrospectiva del docente 2, ya que el contenido curricular se transforma en un proceso acumulativo de aprendizaje y los saberes ya adquiridos se vuelven fundamentales en el momento en que se abordan los nuevos conceptos. El siguiente fragmento de transcripción muestra la articulación de los saberes previos, planteada en el inicio de su clase.

Docente 2: Entonces vamos hacer un ejemplo. (escribe en el tablero la palabra ejemplo y plantea el ejercicio también escribiéndolo en el tablero)
 Docente 2: Setenta y siete sobre diez. ¿Esta es una fracción qué? (pregunta a los estudiantes señalando el ejemplo escrito en el tablero) (los estudiantes responden “decimal”)
 Docente 2: ¿Propia o impropia? (preguntando a los docentes sobre la fracción en el tablero. Los estudiantes responden “impropia”)
 Docente 2: ¿Cuál es mayor el numerador o el denominador? (los estudiantes responden que el numerador) Esta es impropia (el docente responde al interrogante después de que algunos alumnos responden también correctamente). (Suárez, 2015, p.5)

Pudo establecerse también; a través del análisis de la Figura 1, que el uso de preguntas orientadoras y retadoras que tuvieran relación con las inquietudes de los estudiantes que surgieron del proceso de aprendizaje, 2A-7, tuvo bajo porcentaje de coocurrencia para ambos docentes, 11 y 9%, respectivamente, ya que en la ejecución de la unidad didáctica no se presentaron suficientes momentos que requirieran de preguntas y contra preguntas para reorientar el proceso en situaciones particulares, así que su codificación dentro de las transcripciones no fue relevante. Sin embargo, se pudo observar en los videos que los docentes manejaron correctamente este tipo situaciones cuando se presentaron, además que tuvieron en cuenta este tipo de preguntas para la planeación de algunas actividades de la unidad didáctica, como la siguiente actividad introductoria a la sesión 2, que requiere del estudiante de la ejecución de cálculos y expresión de ideas:

VETERINARIO: Para el tratamiento de su mascota, se deben suministrar 3 gotas diarias de esta medicina por cada kilo que pese su mascota.

ESTUDIANTE: Acabamos de pesar a mi mascota y pesa 20 kilos, según eso debo darle 50 gotas diarias.

Según el diálogo anterior, responde la siguiente pregunta.

¿Lo que el estudiante piensa suministrarle a su mascota es igual a lo que prescribió el veterinario y por qué? (Anexo 7).

4.2.2. Enseñanza de las competencias disciplinares.

La enseñanza de las competencias disciplinares se asume como lo define González-Weil, *et al.*, (2012), “respecto a cómo se enseñan esas competencias, se observan dinámicas centradas en los alumnos, los cuales organizados de manera grupal y guiados por el docente, realizan experimentos, leen y resuelven problemas, entre otros” (p.89).

La Tabla 5 muestra los resultados arrojados por el software Atlas.ti, los cuales indican los porcentajes de coocurrencia entre la categoría competencia científica desde la enseñanza de las competencias disciplinares del docente y las fases de la indagación práctica.

Tabla 5 Porcentaje de coocurrencia en la categoría competencia científica, enseñanza de las competencias disciplinares.

Competencia científica	Enseñanza de las competencias disciplinares											
	2B-15		2B-16		2B-17		2B-18		2B-19		2B-20	
Fases de la indagación práctica	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2
EX-Búsqueda de Hipótesis	0%	2%	0%	3%	6%	11%	6%	10%	2%	2%	0%	0%
EX-Construcción de significados	5%	0%	3%	0%	0%	6%	0%	2%	4%	4%	3%	32%
EX-Explicación Docente	0%	0%	4%	2%	0%	6%	0%	2%	1%	0%	2%	0%
EX-Exploración Colaborativa	1%	4%	3%	4%	4%	5%	12%	21%	0%	3%	0%	3%
HD-Clase Participativa	16%	4%	6%	4%	1%	2%	1%	20%	20%	25%	21%	17%
HD-Conocimientos Previos	10%	0%	0%	4%	4%	7%	10%	0%	11%	6%	16%	8%
HD-Involucrar al estudiante	13%	35%	6%	1%	1%	27%	0%	6%	18%	29%	25%	0%
HD-Planteamiento Problema	2%	0%	0%	0%	19%	0%	19%	0%	3%	3%	0%	0%
INT-Construcción Conjunta de significados	10%	2%	6%	2%	0%	5%	1%	4%	21%	7%	11%	10%
INT-Sistematización	8%	3%	0%	2%	7%	8%	3%	3%	1%	8%	3%	7%

RE-Confirmación y análisis de las explicaciones	31%	3%	5%	3%	0%	5%	1%	4%	5%	4%	14%	3%
RE-Evaluación	9%	15%	3%	0%	0%	3%	0%	13%	2%	0%	3%	0%

Fuente: Atlas.ti., 2016

La Figura 3; extraída de la Tabla 5, muestra las coocurrencias más relevantes para el análisis, entre las características de esta categoría y las fases de la indagación práctica

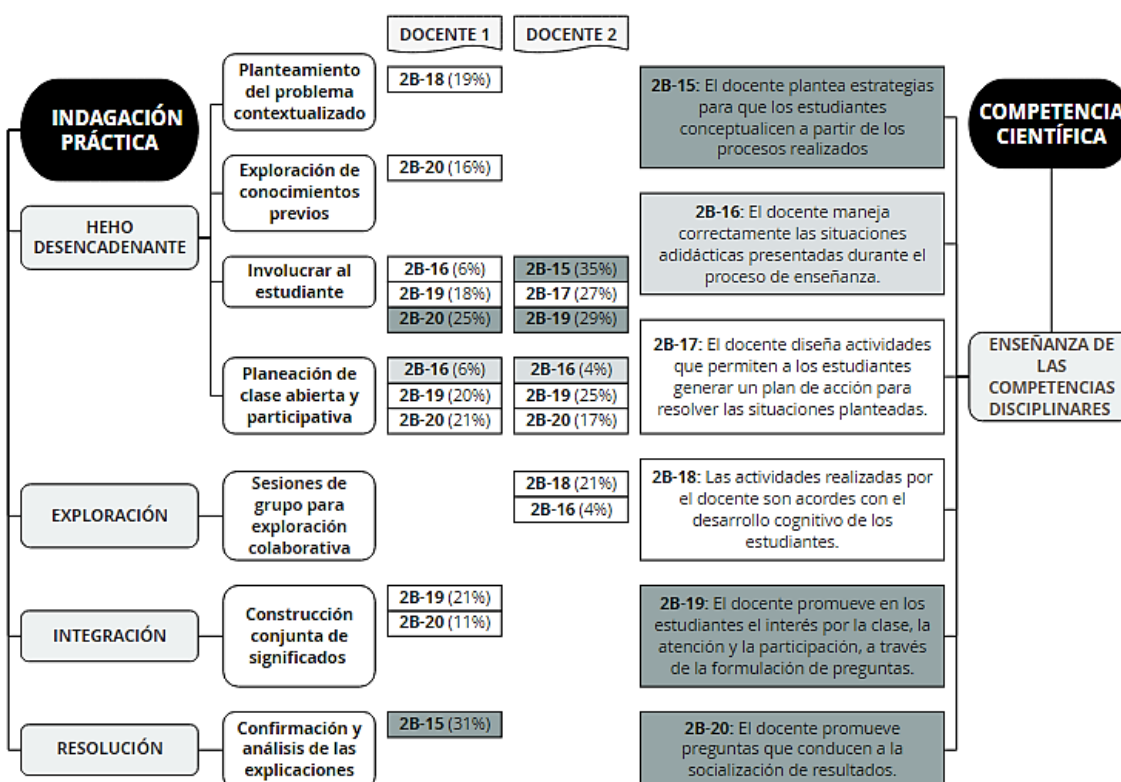


Figura 3. Categoría competencia científica, enseñanza de las competencias disciplinares.

Las actividades planeadas fueron acordes al avance mostrado por los estudiantes en la asignatura de matemáticas durante el año hasta el momento de la aplicación de la unidad didáctica, y de acuerdo a la dinámica de trabajo planteada por los docentes, el trabajo en equipo, el intercambio de ideas, y posteriormente la discusión en grupo, permitieron que los alumnos

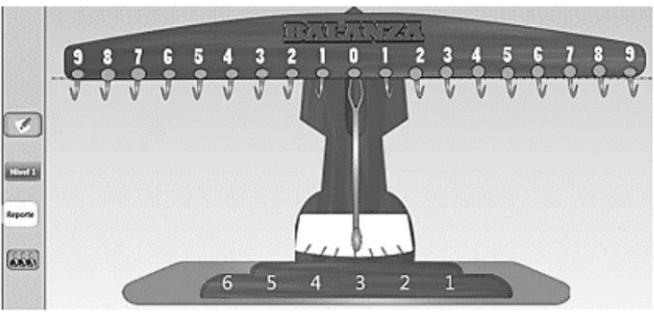
emitieran juicios y conceptualizaran a partir de los procesos realizados, 2B-15; característica de la práctica docente; que de acuerdo a la Figura 2, presentó una coocurrencia con la apropiación de ambos investigadores de la metodología de la indagación, en su rol en el aula desde la fase resolución en la confirmación de los conceptos, en 31% para el docente 1, y 35% para el docente 2, en la fase hecho desencadenante, al hacer al educando partícipe directo en la solución del problema planteado. Muestra de lo anterior fue cuando los docentes; luego del trabajo con el software de la balanza, cuestionan a los estudiantes, como se ilustra en las siguientes transcripciones.

<p>Docente 1: el mismo resultado, cierto. Entonces muchachos ustedes ahí, en el, en la guía me contestan esa, esas 3 preguntas. ¿Qué características tiene una igualdad?</p> <p>Docente 1: lo acabamos de decir. Que características, Sofía</p> <p>Alumno: que da el mismo resultado</p> <p>Docente 1: que da el mismo resultado, ambos lados del igual; pese a que son diferentes.</p> <p>Alumnos: operaciones</p> <p>Docente 1: si son diferentes operaciones, muy bien</p> <p>Frederick (Quintero, 2016, sesión 1, p.56)</p>	<p>Docente 2: ¿si aquí pesa seis y aquí siete por qué esta equilibrada? Esa es la pregunta</p> <p>Estudiante: por los números que hay en la balanza</p> <p>Docente 2: y que quiere decir estos números, o sea, pero como lo demuestra usted matemáticamente que está equilibrado no solo por intuición, sino estos números como afectan a estos, ¿a través de qué operación?</p> <p>Estudiante: la multiplicación (Suárez, 2016, p.6)</p>
---	---

La elección del software por parte de los investigadores fue intencionada, precisamente por el interés que éste generó en los estudiantes, y además de favorecer la comunicación de ideas a partir de la búsqueda de respuestas a las inquietudes de su funcionamiento; permitió conceptualizar la definición de igualdad de una manera precisa, siendo más llamativa y contextualizada.

Las actividades desarrolladas favorecieron la responsabilidad de los estudiantes frente a su proceso de aprendizaje, involucrándolos permanentemente en la búsqueda de soluciones a sus inquietudes, como aquella en la cual se debe equilibrar la balanza con un número determinado de

pesas, o la resolución de interrogantes como: “¿será que puedo equilibrar la balanza independiente de la pesa o las pesas que me pongan”, lo que aparta al docente del centro de atención de la clase y encamina al estudiante a que se integre a su proceso, pues en una educación basada en la metodología de la indagación “demanda al maestro abandonar su papel de “fuente de información” y “actor principal”, para pasar a ser un facilitador de la actividad en la cual los alumnos son protagonistas” (Amador *et al.*, 2015, p.32). La Imagen 10 muestra un aparte de una de las actividades de las guías de aprendizaje que ve lo descrito.



Para esta actividad se deben utilizar los equipos de cómputo y abrir el programa DpBalanza:

- Realice una exploración del software donde el profesor le indica algunas instrucciones básicas para mover las pesas y empezar un nuevo ejercicio

De esta balanza me surgen las siguientes preguntas:

1. Cómo equilibrar la balanza con solo dos pesas:
2. Y si utilizo tres pesas:
3. Y con cuatro pesas ¿cómo sería el asunto?
4. Será que puedo equilibrar la balanza independiente de la pesa o las pesas que me pongan

Actividad 4. Al terminar todos mis cuestionamientos me doy cuenta que otros dos compañeros están en el mismo sitio y los saludo. Luego nos reunimos en el mall de comidas y nos damos cuenta que por casualidad pasamos por la misma tienda y nos surgieron dudas similares. Entonces decidimos comparar resultados y exponerlos como anécdota en nuestra clase de matemáticas, puesto que nuestro profesor nos motiva a que expongamos ese tipo de eventos ante nuestros compañeros y así hacer la clase más amena y con mayor participación.

Imagen 10. Aparte de la Guía el estudiante

Situaciones dialógicas protagonizadas por la interacción permanente de los estudiantes, no se observaron en la visión retrospectiva. La construcción del concepto era propuesto directamente por los docentes centrados en el contenido, situación que se observó cuando el docente 2 emitió un concepto así:

Docente 2: Veá, a la izquierda de la coma no puede haber sino un sólo cero, todos los ceros hay que ponerlos a la derecha de la coma. Donde está la coma inicialmente, en el 5, cuantos ceros tiene este 10000, cuatro, o sea que esta coma hay que correrla cuantas veces hacia la derecha, una, dos, tres cuatro... Cero coma, tres ceros y un cinco. Escríbalo a ver, pero un número tiene dos comas, no, entonces hay que volverlo hacer, listo. (diálogo entre el docente y un estudiante que está sentado sin un grupo de trabajo)

Docente 2: Ya hicieron los cuatro ejercicios (hablando al grupo)

Alumno: ¿entonces se hace lo mismo que el tablero? (Suárez, 2015, sesión 2, p.9)

Se observa que el docente centra su enseñanza directamente en la explicación de conceptos y procedimientos, careciendo de cualquier característica discursiva que promoviera la indagación en el aula, restringiendo a los alumnos de un verdadero proceso de conceptualización basado en actividades que los hiciera partícipes activos de su propio aprendizaje.

Se pudo observar también; de acuerdo con la Figura 3, que los docentes hicieron un uso frecuente de la pregunta como un medio para mantener el interés en la clase y promover la atención y participación de los estudiantes 2B-19, característica observada desde la fase hecho desencadenante, en 29% para el docente 2, cuando éste involucró al estudiante, rol del docente propio de una educación fundamentada en la metodología de la indagación, que a partir del planteamiento de un problema, el alumno se hizo partícipe de la comprensión del conocimiento, y se motivó a buscar soluciones y realizar sus propios planteamientos; siendo el ambiente de aprendizaje, un panorama familiar a sus vivencias, y las preguntas una puerta al entendimiento de los nuevos conceptos, ya que el “plantear preguntas destaca el hecho que los estudiantes están comprometidos en contestar preguntas de verdadero interés para ellos, las cuales han estimulado

su curiosidad” (Harlen, 2013, p.13). A lo que el mismo autor resalta, que sin importar el origen de las preguntas los estudiantes deben tomarlas como propias, involucrando su curiosidad y el deseo de entender. La siguiente interacción entre el docente 2 y los estudiantes ejemplifican este tipo de preguntas.

Docente 2: por ejemplo, la primera ¿2 más 5 igual a 7 más 3 es una ecuación?
 Alumnos: es una igualdad
 Docente: es una igualdad; ¿por qué no es una ecuación?
 Alumnos: porque no hay una igualdad
 Docente: porque no hay qué. ¿Quién dijo?
 Alumnos: no hay incógnita
 Docente 2: no hay incógnita, oigan, entonces una ecuación la identifican 2 cosas, que haya una..
 Alumnos: incógnita
 Docente 2: y que haya una
 Alumnos: igualdad
 Docente 2: igualdad. La segunda es una incógnita. (Suárez, sesión 3, p.3)

Se puede observar que el docente cuestionó a sus estudiantes, para mantener su atención frente a la clase, a la vez que está indagando sobre lo que se ha aprendido con anterioridad, obteniendo una reacción participativa que involucra a todo el grupo y genera la construcción compartida y significativa de los conceptos. Frecuentemente la pregunta también era usada para socializar resultados, 2B-20, característica que coocurió con la fase hecho desencadenante para el docente 1 en 25%. En el siguiente aparte de transcripción el docente 1 indagó a sus estudiantes con fin de que el grupo conociera sus resultados.

Docente1: la segunda muchachos será o no será una ecuación
 Alumnos: no
 Docente1: no es una ecuación? por qué Camacho no es una ecuación? o Bryan, por qué no es una ecuación? Sofía tiene la respuesta de la segunda
 Alumno: ya profe ya
 Alumno: porque no tiene una X
 P: porque no tiene una X cierto o sea porque no tiene un
 Valor desconocido (Quintero, 2016, sesión 3, p.4).

El docente hace uso de la pregunta para que el grupo conozca las diferentes ideas que tienen sus compañeros del concepto de ecuación, e igualmente los errores sean socializados y enmendados, para que inclusive; a través de las preguntas generadas en el debate, se resuelvan dudas de aquellas personas que temen preguntar.

La formulación de preguntas frecuentemente fue implementada por los docentes como un recurso para mantener la atención de los estudiantes en el proceso, y para tener un registro general del avance de los estudiantes. Sin embargo, cuando las preguntas e inquietudes de los estudiantes hacia el docente desencadenaron argumentaciones, desacuerdos, discusiones o aclaraciones conceptuales entre pares, con la posibilidad de encaminarlos en favor de la clase, se mostró un bajo porcentaje de coocurrencia para ambos docentes, 6 y 4% respectivamente, en el manejo que le dieron a estas situaciones adidácticas dentro del aula; 2B-16, situación ocasionada por la baja frecuencia con que se presentaron y codificaron dichos eventos, reduciendo su porcentaje de coocurrencia.

4.3. Interactividad

Esta categoría relacionada con la pregunta: ¿Qué características tiene la interacción profesor alumno y de qué manera apoya esta interacción el aprendizaje?, en la cual se analizaron dos subcategorías. En primer lugar, la presencia de un proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes; proceso caracterizado por una relación simétrica en lo normativo entre el docente y los alumnos, diversos ciclos de interacción, lo que se ve posibilitado por la actitud de los estudiantes en relación al compromiso que presentan hacia el aprendizaje y por el traspaso de autonomía desde el docente hacia el alumno, a medida que transcurre la clase. En segundo lugar, andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes,

prestando apoyo pedagógico permanente durante toda la clase (González-Weil, *et al.*, 2012, p.89).

La Tabla 6 muestra los porcentajes de coocurrencia, entre la categoría interactividad y las fases de la indagación práctica.

Tabla 6. Porcentaje de coocurrencia en la categoría interactividad.

Fases de la indagación práctica	3A-21		3A-22		3A-23		3B-24		3B-25		3B-26		3B-27	
	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2	D1	D2
EX-Búsqueda de Hipótesis	4%	0%	5%	0%	3%	4%	3%	0%	0%	2%	4%	0%	1%	4%
EX-Construcción de significados	0%	2%	7%	4%	0%	66%	11%	5%	4%	4%	1%	2%	0%	19%
EX-Explicación Docente	0%	2%	0%	2%	12%	3%	6%	0%	0%	12%	0%	0%	0%	3%
EX-Exploración Colaborativa	23%	16%	2%	15%	11%	40%	0%	0%	22%	7%	12%	1%	3%	11%
HD-Clase Participativa	0%	4%	3%	5%	14%	4%	13%	6%	2%	0%	3%	3%	8%	4%
HD-Conocimientos Previos	2%	0%	3%	4%	4%	0%	43%	43%	0%	0%	2%	5%	4%	0%
HD-Involucrar	0%	0%	3%	7%	11%	6%	16%	5%	1%	4%	3%	13%	7%	4%
HD-Planteamiento Problema	0%	4%	6%	0%	0%	0%	5%	0%	0%	0%	4%	0%	3%	0%
INT-Construcción Conjunta	2%	6%	12%	2%	8%	15%	4%	2%	24%	3%	21%	0%	12%	10%
INT-Sistematización	0%	0%	0%	8%	0%	9%	0%	12%	0%	1%	0%	19%	0%	7%
RE-Confirmación	2%	1%	1%	1%	5%	8%	11%	3%	1%	4%	0%	5%	1%	10%
RE-Evaluación	0%	0%	2%	4%	9%	3%	5%	0%	2%	0%	0%	5%	3%	3%

Fuente: Atlas.ti., 2016

La Figura 4 muestra las coocurrencias más significativas extraídas de los datos recopilados en la Tabla 6 y se puede observar el porcentaje en que los docentes se apropiaron de la metodología de la indagación a través de sus fases: hecho desencadenante, exploración e integración, las cuales fueron analizados en la práctica docente desde la categoría de interactividad observada en el aula.

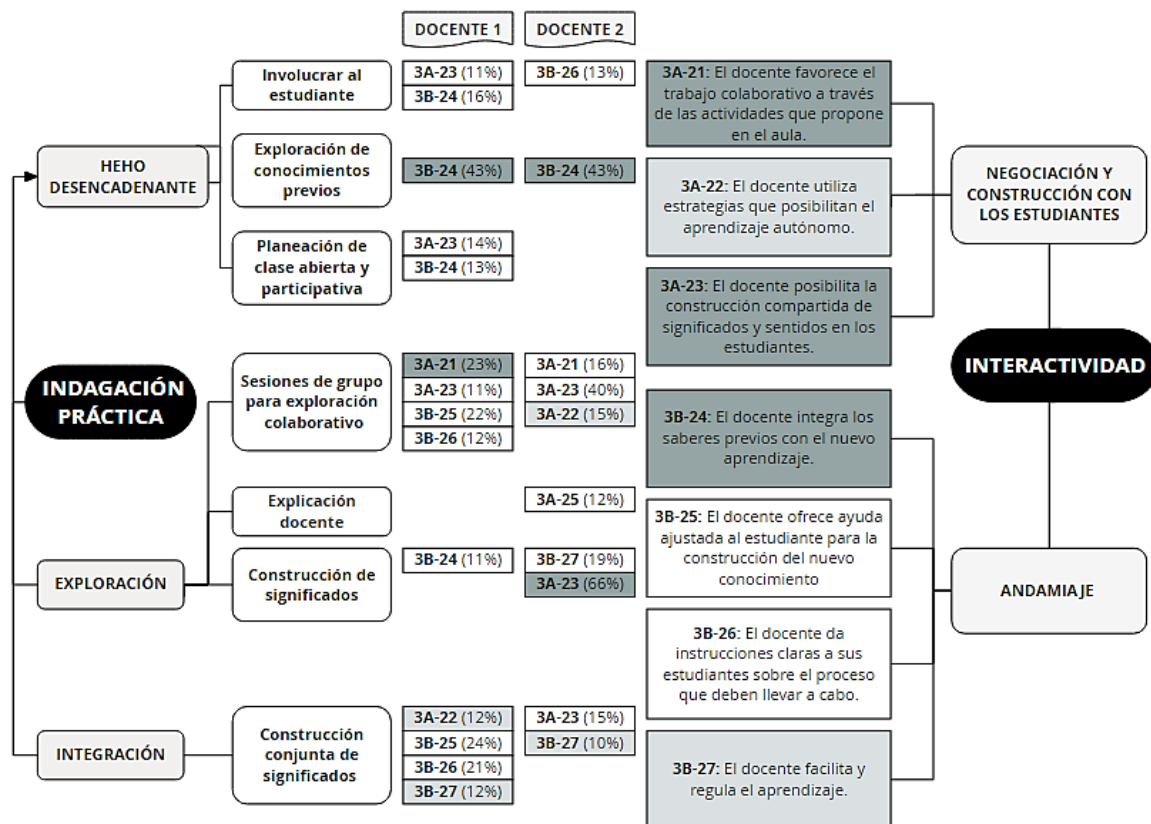


Figura 4. Categoría interactividad.

A continuación, se describen los resultados más relevantes; representados por los porcentajes más altos, obtenidos de cada subcategoría de la interactividad y se interpretan las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica de los docentes investigadores

4.3.1. Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.

En lo referido al proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes, que se debe caracterizar por la relación simétrica entre el docente y los estudiantes, además que se manifiesten diferentes mecanismos de interacción, lo que se vio favorecido por una actitud de compromiso frente al aprendizaje, y por brindar la posibilidad de traspasar la

autonomía a los educandos (González-Weil, *et al.*, 2012), los docentes a través de su práctica utilizaron estrategias mediadas por la apropiación de la metodología de la indagación mediante la realización de encuentros grupales, que permitieron, dentro de la interacción propia del trabajo en equipo, el trabajo autónomo de los estudiantes; y a partir de éste, aportaron, compartieron y reflexionaron sobre los diferentes conocimientos elaborados a través, y por parte de sus pares, los cuales favorecieron desde las sesiones de grupo, la exploración colaborativa como característica interpretada desde la fase de exploración de la indagación.

Sesiones grupales, como se muestra en la Imagen 11, promovieron la interacción entre los estudiantes y los llevó a involucrarse con su aporte individual para la búsqueda de soluciones, que pudo ofrecer como producto cultural de sus propios saberes y que a su vez, identificó que el acto de aprendizaje hace parte de su entorno social, como afirma Harlem, “en la perspectiva constructivista socio cultural sobre el aprendizaje también hay un foco en la comprensión, pero a través de dar sentido a la nueva experiencia con los demás, en lugar de a través del trabajo individual” (Harlen, 2013, p.36).

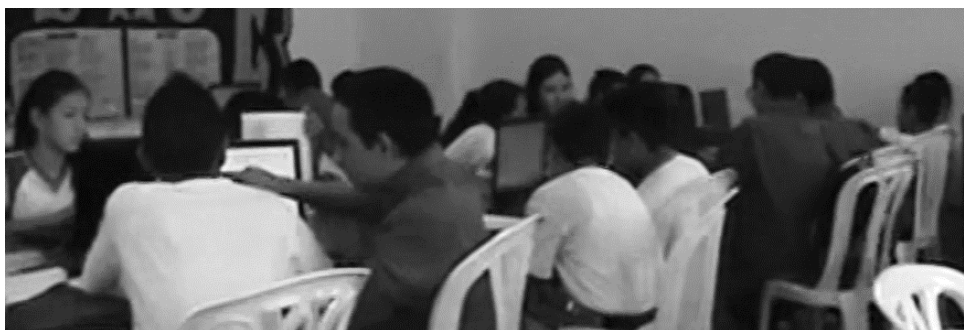


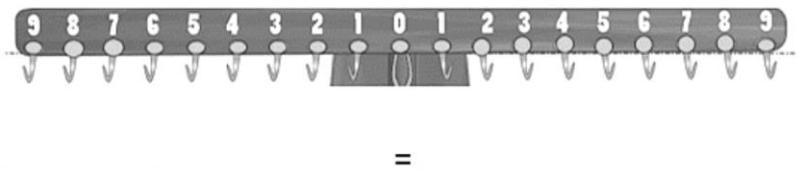
Imagen 11. Desarrollo de la clase mediante sesiones de grupo.

Estos encuentros grupales se presentaron cuando el docente 1 favoreció el trabajo colaborativo a través de las actividades que propuso en el aula, ítem 3A-21, y que fue

coocurrente en un 23% con la fase exploración de la indagación práctica al involucrar las sesiones de grupo para la exploración colaborativa, y en el docente 2, con una coocurrencia de 66% cuando posibilitó la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes, 3A-23, como se observó en el siguiente ejercicio planteado en la guía de trabajo para resolver en el software de la balanza.

Actividad 4. Al terminar todos mis cuestionamientos me doy cuenta que otros dos compañeros están en el mismo sitio y los saludo. Luego nos reunimos en el mall de comidas y nos damos cuenta que por casualidad pasamos por la misma tienda y nos surgieron dudas similares. Entonces decidimos comparar resultados y exponerlos como anécdota en nuestra clase de matemáticas, puesto que nuestro profesor nos motiva a que expongamos ese tipo de eventos ante nuestros compañeros y así hacer la clase más amena y con mayor participación.

1. Que un estudiante diga el valor de pesas y los demás estudiantes traten de equilibrar la balanza ubicándolas en los ganchos de la balanza



_____ = _____

Imagen 12. Actividad de clase para trabajo en grupo extraído de las guías del estudiante

Las actividades mostradas en el ejercicio de la balanza, Imagen 12, fueron intencionadas para favorecer la interacción entre los estudiantes, permitiendo que la comunicación y discusión de ideas entre pares se diera en el proceso de enseñanza e hiciera parte fundamental de la conceptualización de la ecuación de primer grado, destacando que el diálogo e interacción con el ir y venir de los aportes de cada estudiante para y desde el grupo, fue fundamental en la construcción acumulativa y secuencial del concepto como tal. En contraste a los anterior; en la visión retrospectiva de ambos docentes, pudo verse la predominancia del trabajo individual, limitado a la transcripción teórica del tablero o la resolución algorítmica de ejercicios, enseñanza

que no brinda la posibilidad al estudiante de poner en escena sus conocimientos y tratarlos en discusión para así, ajustarlos especialmente a su ritmo y estructura particular de aprendizaje.

Por otra parte, en la interpretación de la práctica de los docentes desde el proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes, se observaron porcentajes bajos de coocurrencia en momentos en que los docentes utilizaron estrategias que posibilitaron el aprendizaje autónomo, 3A-22, pues presentó coocurrencias en el docente 1 de 12% y 15% en el docente 2, desde la construcción conjunta de significados y la exploración colaborativa respectivamente. En relación a lo anterior se pudo establecer que todas las actividades se planearon para desarrollarse directamente por los estudiantes, haciendo uso de sus saberes adquiridos fortalecidos desde el trabajo colaborativo y la discusión de ideas, manteniendo la premisa del aprendizaje autónomo, sin embargo, los bajos porcentajes en las coocurrencias fueron producto de que su codificación se restringió a las actividades e interrogantes durante la unidad didáctica.

4.3.2. Andamiaje.

Categoría asumida como lo define González-Weil, *et al*, (2012), “andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes, prestando apoyo pedagógico permanente durante toda la clase” (p.89).

En la Figura 4 se observa que los docentes brindaron las herramientas necesarias a partir de los conocimientos que tiene el estudiante y los puso a dialogar con las experiencias del mismo, de tal manera que fueron asociadas a las situaciones planteadas por el docente como guía, con las situaciones vividas en su cotidianidad y así se hizo partícipe de manera ordenada y activa en la construcción de su conocimiento, situación que se pudo observar cuando los investigadores integraron los saberes previos con el nuevo aprendizaje, 3B-24, concurrente en un 43% para

ambos docentes con la fase hecho desencadenante, desde la exploración de conocimientos previos, con el fin de verificar cual fue la construcción personal que ha elaborado el estudiante frente a una temática, desde el contexto escolar o desde la interacción con el mundo cotidiano. Ejemplo de ello, se puede observar en el siguiente fragmento, donde se aprecia un aparte de la guía final, en la que se plantea un juego como estrategia didáctica para institucionalizar el concepto de ecuación y para el cual se hizo necesario recurrir a los elementos y definiciones planteadas en sesiones pasadas, para lograr el objetivo de completar y ordenar correctamente cada conjunto de cartas que representaba la solución completa de cada una de las ecuaciones.

Reglas del juego:

- Juego para cuatro jugadores.
- Se reparten 8 cartas a cada jugador.
- El primer jugador empieza colocando una carta del Bloque 1 bocarriba sobre la mesa.
- Si no tiene pasa su turno.
- El siguiente jugador intenta colocar alguna de las 3 cartas correspondientes a la resolución de esa misma ecuación. Si no tiene ninguna de las 3, coloca otra ecuación del primer bloque, perdiendo también su turno si no tiene ninguna ecuación inicial.
- Las cartas se colocan en el orden correcto de la resolución de la ecuación, es decir carta del bloque 1 seguida por carta del bloque 2, carta del bloque 3 y carta del bloque 4. Si falta un paso se deja el espacio correspondiente.
- El siguiente jugador intenta a su vez colocar alguna carta implicada en la resolución de las que ya están en la mesa. Si no tiene ninguna carta que desarrolle una de las iniciales de la mesa puede a su vez colocar, si la tiene, otra ecuación inicial. En caso contrario pierde su turno.
- Si algún jugador se equivoca pierde su turno.
- Gana el jugador que primero coloque sobre la mesa sus ocho cartas.

En la realización de la actividad, los estudiantes haciendo uso de las habilidades adquiridas previamente en el lenguaje matemático de las ecuaciones, buscaron solucionar una serie de ecuaciones planteadas en un juego de barajas, cada una de ellas compuesta por un conjunto de cuatro cartas que representaba su solución, Imagen 13.

BLOQUE 1	BLOQUE 2	BLOQUE 3	BLOQUE 4
$x + 5 + 3 = 10 + 4$	$x + 8 - 8 = 14 - 8$	$x + 0 = 14 - 8$	$x = 6$

Imagen 13. Conjunto de cartas, solución a una ecuación

A través del juego los investigadores buscaron que los estudiantes socializaran mediante la interacción lúdica, los diferentes conceptos adquiridos a lo largo de la unidad didáctica, y que construyeran con sus compañeros la definición final de ecuación, y el método empleado para su solución. Sadovsky (2005) afirma que: “El sujeto entra en interacción con una problemática, poniendo en juego sus propios conocimientos, pero también modificándolos, rechazándolos o produciendo otros nuevos, a partir de las interpretaciones que hace sobre los resultados de sus acciones (retroacciones del medio)” (p.3). Acciones reflejadas en sus manifestaciones y las de sus compañeros durante el desarrollo del juego, ante la consecución del objetivo de ordenar correcta y completamente cada conjunto de cartas, o por el contrario incurrir en el error, y dar la oportunidad de que éste sea puesto en discusión por el grupo y posteriormente corregido.

Por último, se pudo observar que los estudiantes fueron construyendo nuevos saberes, desde el desarrollo de las actividades propuestas en las sesiones en clase y de los momentos de participación, centrados en la aportación de ideas, corroborar u oponerse a otras a través de preguntas planteadas entre pares, o aquellas que los mismos docentes proponían, provocando un diálogo entre el profesor y el estudiante incluso entre los mismos estudiantes, facilitando y regulando el aprendizaje, 3B-27; característica que aunque presentó un bajo porcentaje de

coocurrencia con la construcción conjunta de significados para ambos docentes, 12% y 10% respectivamente, Figura 4, pudo establecerse que estuvo presente durante todo el desarrollo de la unidad didáctica.

Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

A continuación, en concordancia con el objetivo general: interpretar las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente al diseñar e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de las ecuaciones de primer grado con una incógnita, se presentan las conclusiones teniendo en cuenta los hallazgos del capítulo anterior.

- Los docentes, se apropiaron de la metodología de la indagación al involucrar en su práctica, una planeación de clase dialógica, abierta y participativa, desarrollada a través de situaciones problemas que involucraron constantemente al estudiante y le permitieron acercarse al conocimiento con estrategias relacionadas con su entorno y saberes adquiridos. Además, usaron diferentes recursos como mediadores cognitivos y dieron solución a las inquietudes de los educandos, lo que facilitó relacionar los contenidos con situaciones de la vida cotidiana y captar la atención y disposición de los estudiantes, con el apoyo de la intervención oportuna de los investigadores en su papel de guías en proceso de enseñanza aprendizaje.
- Los docentes, mediante la apropiación de la metodología de la indagación, a través de una unidad didáctica que favoreció la construcción compartida de significados y sentidos, posibilitaron el acompañamiento a los estudiantes en los procesos de apropiación del nuevo conocimiento, permitiendo la regulación del aprendizaje de acuerdo a los momentos y tiempos planeados para cada sesión, construyendo paso a paso y de manera secuencial y acumulativa el proceso de enseñanza, brindando la posibilidad a los

educandos; con la retroalimentación permanente entre actores, de construir la estructura personal del objeto o concepto matemático en cuestión.

- Los docentes involucraron en su práctica de aula el trabajo en grupo, para facilitar la exploración colaborativa y la construcción conjunta de significados, lo que promovió en los estudiantes la argumentación acerca de los procesos realizados; explicación durante la cual, se manifestaron los diferentes tipos de comunicación para expresar ideas y resultados, permitiendo una constante puesta en escena de los conceptos y saberes previos que inherentemente desencadena en la reafirmación o negación de lo aprendido entre pares, permitiendo al alumno re significar sus ideas.
- Los docentes, mediante la apropiación de la metodología de la indagación, a través de la confirmación y análisis de las explicaciones, con la realización de actividades acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes, la promoción de interacción con sus pares, el contacto diverso con el objeto matemático y los recursos didácticos, posibilitaron que éstos conceptualizaran a partir de sus producciones y haciendo uso frecuente de la pregunta como herramienta para mantener el interés en la clase y realizar la socialización de resultados, promovieron su participación en cada una de las actividades y motivaron la intervención acertada en cada uno de los interrogantes.
- Los docentes involucraron permanentemente a los estudiantes en el proceso de enseñanza; y apropiándose de la metodología de la indagación, se apartaron de su papel de transmisores principales del conocimiento, aunque manteniendo su postura de apoyo en el desarrollo de las actividades, favorecieron el trabajo colaborativo y la construcción conjunta de significados y sentidos, manteniendo la premisa del aprendizaje autónomo dieron instrucciones claras y ofrecieron ayuda ajustada a los estudiantes, integrando los

saberes previos con el nuevo aprendizaje, mientras facilitaron y regularon el aprendizaje, favoreciendo la aprehensión del nuevo conocimiento.

5.2. Recomendaciones

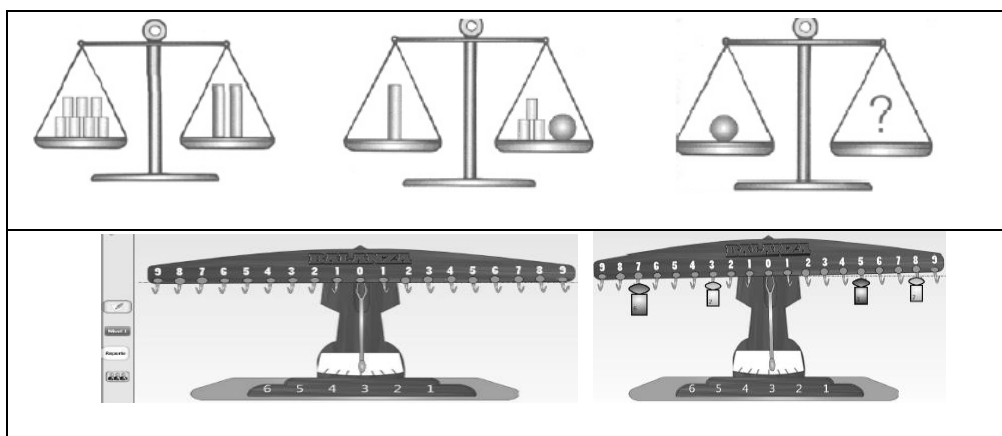
Los docentes a través de la reflexión de su práctica durante la implementación de la unidad didáctica, sugieren, basados en los porcentajes más bajos de los hallazgos, y en la experiencia que les brindó la elaboración de este proyecto, algunas recomendaciones que se pueden tener en cuenta para futuras investigaciones.

- Se debe tener presente que durante el desarrollo de la clase en sí, el docente deberá favorecer con sus acciones y por medio de actividades, la elaboración de hipótesis por parte de los estudiantes; característica fundamental de una educación basada en la metodología de la indagación, que debe estar presente en todos sus procesos.
- El docente deberá contar; como herramienta o apoyo didáctico, con un banco de preguntas orientadoras y retadoras que puedan realizarse en el momento que surjan dificultades en el proceso, y el concepto deba ser construido por el propio educando con ayuda de las preguntas asertivas del docente. Es decir, el docente debe apropiarse de la teoría, y de las posibles manifestaciones de los estudiantes ante el nuevo conocimiento, para así, tener la habilidad de hacer preguntas que no sean fácticas y que se puedan involucrar en los procesos de enseñanza y aprendizaje cuando surjan las situaciones adidácticas.
- Se debe plantear; según las actividades a desarrollar y el tema en particular que se desea impartir, situaciones reales relacionadas con las vivencias de los estudiantes que puedan dar claridad a conceptos dentro de esa unidad de aprendizaje, y permitan a los

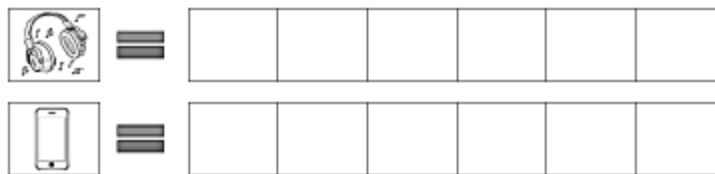
docentes adquirir la agilidad en el manejo de ciertos momentos didácticos que puedan presentarse durante el proceso pedagógico, en los cuales los estudiantes manifiesten dudas, dificultades, o en algunos casos ideas o aportes, que en esencia pueden aportar al desarrollo de la clase, y pueden ser visto por el docente como la oportunidad de encaminarlos en beneficio de la misma

- Terminada la formación académica pos gradual, tras el ir y venir de enseñanzas, debates académicos, ideas y pensamientos pedagógicos entre pares, diferentes maneras de ver y ejercer la profesión docente, manteniendo la visión común de una educación de calidad, se hace necesaria la divulgación de todas estas experiencias mediante las comunidades de aprendizaje, las cuales se convierten en mediadores entre los resultados de este proceso formativo y las acciones pedagógicas propias del quehacer de las instituciones educativas y particularmente de su personal docente.
- Para el abordaje teórico y didáctico de las ecuaciones lineales con una incógnita los docentes investigadores; después de la experiencia de la aplicación de la unidad didáctica y todo el recorrido teórico que implica su planeación, recomiendan lo siguiente:
 - Inicialmente, se debe tener claridad del nivel de los estudiantes en las operaciones aritméticas básicas.
 - Es importante conservar la premisa de la metodología de la indagación, en la cual el docente se mantiene como guía del proceso, y son los estudiantes; con el apoyo dirigido del docente a través de preguntas orientadoras y retadoras, los que construyen y estructuran los conceptos.

- Para la solución de ecuaciones es necesario inicialmente comprender la propiedad uniforme, que establece la obtención de ecuaciones equivalentes así:
 - La ecuación inicial y la que resulta de sumar o restar el mismo número en los dos miembros de la igualdad son equivalentes.
 - La ecuación inicial y la que resulta de multiplicar o dividir por el mismo número (diferente de cero) los dos miembros de la igualdad son equivalentes.
- Se deben planear actividades en las que se establezca el concepto de igualdad. Puede usarse como herramienta didáctica la balanza, la cual puede ser representada en guías de trabajo o por medio de software educativo como aparece en las imágenes.



- A continuación debe definirse el concepto de variable, sus representaciones y los símbolos dentro de una ecuación. Para ello pueden realizarse actividades que involucren la formulación de expresiones matemáticas mediante problemas reales, combinando operaciones para establecer igualdades. Por ejemplo la siguiente actividad de la unidad didáctica, en la cual se organizan productos con símbolos operacionales para acertar el valor desconocido, el que puede relacionarse como la incógnita.



- Se establece la relación de dependencia que existe en una ecuación, cuando el cambio de una variable determina la variación en otra. Para ello la aplicación Excel puede ofrecer herramientas para realizar ejercicios por lo que permiten visualizar dichas variaciones de una manera más práctica y llamativa.
- Finalmente es necesario que los estudiantes conozcan y apliquen el método de transposición de términos, el cual establece que:
 - Cualquier término que esté en un miembro sumando, puede pasar al otro miembro restando, y viceversa.
 - Cualquier término que esté en un miembro multiplicando, puede pasar al otro miembro dividiendo, y viceversa.
 - Como regla general, cuando se quiera despejar una variable o incógnita de la ecuación, se tomará el criterio de dejar en uno de los miembros de la ecuación todos los términos que posean esa variable y los términos restantes se pasarán al miembro contrario.

Referencias Bibliográficas

- Amador, J. F., Sánchez, H. G., Rojas, J. L., y Duque, E. (2015). Las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en los Proyectos de Aula. Encuentros, 13(2).
- Andrade, L., Perry, P., Guacaneme, E. y Fernández, F. (2003). La enseñanza de las Matemáticas: ¿En camino de transformación? Revista Latinoamericana de Matemática Educativa. 6 (2), 80-106.
- Briones, G. (1999) Investigación y Docencia: Hacia una Educación Superior de Calidad. Problemas y Perspectivas en Revista Enfoques Educacionales Vol.2 N°1 Departamento de Educación. Facultad de Ciencias Sociales. Universidad de Chile.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas / Introduction to study the theory of didactic situations: Didactico/Didactic to Algebra Study (Vol. 7). Libros del Zorzal.
- Bustos, A. (2011). Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción del conocimiento en entornos de enseñanza y aprendizaje basados en la comunicación asíncrona escrita. Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona.
- Cerda, H. (1991). Los elementos de la investigación, capítulo 7. Medios, instrumentos, técnicas y métodos en la recolección de datos e información. Recuperado de <https://drive.google.com/file/d/0ByJKdYF9NkPwaDhXb1ZRYmpSake/view>.
- Céspedes de los Ríos, G. A., y González Aguirre, G. (2012). La interactividad en la enseñanza y el aprendizaje de la unidad didáctica suma de números fraccionarios en grado séptimo, con apoyo de TIC (Master's thesis, Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira).
- Coll, C. (1991) Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento. Barcelona: Paidós.

Congreso de la república de Colombia. (1994). Ley General de Educación. Obtenido de

http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

Cristóbal, C. y García, H. (2013). La indagación científica para la enseñanza de las ciencias.

Ministerio de Educación del Perú y Universidad Peruana Los Andes. I.E.P María Auxiliadora
- Huancayo – Perú

De Guzmán, M. (1989). Juegos y matemáticas. SUMA, 4, 61-64.

De Lella, C. (1999). I Seminario Taller sobre Perfil del Docente y Estrategias de Formación.

Modelos y tendencias de la Formación Docente. Lima, Perú: Organización de estados
iberoamericanos.

Escamilla, A. (1992): Unidades didácticas, una propuesta de trabajo en el aula. Zaragoza: Luis
Vives. Colección Aula Reforma

Figuerola, R. (2013). *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos
variables. una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones
didácticas* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.

García, B. y Loredó, J. (2010). Validación de un modelo de competencias docentes en una
universidad pública y otra privada en México. *Revista Iberoamericana de Evaluación
Educativa*, 3(1e), 247-263.

García, C. y Romero, G. (2014). Aprendizaje en profundidad de razones y proporciones basado
en la resolución de problemas. Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia

Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática.

Godino, J. y Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros.

Matemáticas y su didáctica para maestros. Proyecto Edumat-Maestros, 767-826.

- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Universidad de Granada.
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Granada: Gami, 91-95.
- Gómez, M. (2001). Análisis de situaciones didácticas en Matemáticas. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.
- Gonzalez-Weil, C., Martinez, M., Galax, C., Cuevas, K. y Muñoz, L. (2009). *La educación Científica como apoyo a la movilidad social: Desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico*. Estudios pedagógicos (Valdivia), 35(1), 63-78.
- González-Weil, C., Cortéz, M., Bravo, P., Ibaceta, Y., Cuevas, K., Quiñones, P. y Abarca, A. (2012). La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso). Estudios pedagógicos (Valdivia), 38(2), 85-102.
- González, M. (2014). Metodología de indagación como proceso de mejora del rendimiento académico en matemáticas (estudiantes de cuarto ciclo, colegios distritales de Bogotá. Colombia: Instituto Latinoamericano de Altos Estudios.
- Harlen, W. (2013). Evaluación y Educación en Ciencias Basada en la Indagación: Aspectos de la Política y la Práctica. Trieste: Global Network of Science Academies (IAP) Science Education Programme (SEP).

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). Metodología de la investigación 5ª Edición.

Mac Graw Hill.

ISCE. (2015). Índice sintético de calidad. icfesinteractivo.gov.co 2015.

Martínez Nicolás, M., y Saperas Lapiedra, E. (2011). La investigación sobre Comunicación en España (1998-2007). Análisis de los artículos publicados en revistas científicas. Revista latina de comunicación social, (66).

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares. Obtenido de MEN: recuperado el 22 de septiembre de 2016, de <http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-89869.html>.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf

Perkins, D. (2010). El aprendizaje pleno. Principios de la enseñanza para transformar la educación. Buenos Aires: Paidós.

Pineda, J. (2013). Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria. Universidad Nacional de Colombia, Manizales.

Pruebas SABER. (2015-2016). icfesinteractivo.gov.co 2016. Resultados saber 3º y 5º

Quintero, J. (2015). Transcripción Videos visión retrospectiva. Dosquebradas, Risaralda.

- Quintero, J. (2016). Transcripción Videos implementación unidad didáctica. Dosquebradas, Risaralda.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. PNA, 47-66.
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. Reflexiones teóricas para la educación matemática, 5, 13-66.
- Sanmartí, N. (2000). Didáctica de las ciencias experimentales: teoría y práctica de la enseñanza de las ciencias. Barcelona: Marfil.
- Sanmartí, N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista, capítulo 1. Unidades didácticas en ciencias y matemáticas. Bogotá: Editorial magisterio
- Suárez, J. (2015). Transcripción Videos visión retrospectiva. Dosquebradas, Risaralda.
- Suárez, J. (2016). Transcripción Videos implementación unidad didáctica. Dosquebradas, Risaralda.
- Uzcátegui, Y., y Betancourt, C. (2013). La metodología indagatoria en la enseñanza de las ciencias: una revisión de su creciente implementación a nivel de Educación Básica y Media. Revista de Investigación, 37(78).

Anexos

Anexo 1. Instrumento de recolección de información

GRADO:

FECHA:

INSTITUCION:

1. Categoría: Secuencia didáctica ¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructura? (González Weil, y otros, 2012) (Amador Montaña, Rojas García, & Sánchez Bedoya, 2015)			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
1A Actividad modular	Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.	1A – 1	
	El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.	1A -2	
	El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.	1A – 3	
1B Momentos de la clase flexible	El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.	1B – 4	
	El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza	1B – 5	
	El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.	1B – 6	
2. Categoría: competencia científica ¿Qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? Apropiación de conocimientos			
Subcategoría	Ítem	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
2A Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes. (Enfocados al quehacer científico: formular, resolver problemas,	El docente hace preguntas orientadoras y retadoras que tienen relación con las inquietudes de los estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje	2A-7	
	La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes	2A-8	
	El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.	2A-9	
	El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.	2A-10	

actitud crítica rigurosa)	El docente aplica estrategias que permiten a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	2A-11	
	El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.	2A-12	
	El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	2A-13	
	El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.	2A-14	
2B Enseñanza de las competencias disciplinares (Centradas en el estudiante, organizados en grupos, guiados por el docente, hacen experimentos, etc.)	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.	2B-15	
	El docente maneja correctamente las situaciones adidácticas presentadas durante el proceso de enseñanza.	2B-16	
	El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	2B-17	
	Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	2B-18	
	El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.	2B-19	
	El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	2B-20	
3. Categoría Interactividad			
¿Qué características tiene la interacción profesor -alumno y de qué manera apoya el aprendizaje?			
Subcategorías	Ítems	Código Ítem	Descripción de situaciones en el aula que coincide con el Ítem
3A Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.	3A-21	
	El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.	3A-22	
	El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	3A-23	
3B Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes (presenta apoyo	El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	3B-24	
	El docente ofrece ayuda ajustada al estudiante para la construcción del nuevo conocimiento	3B-25	
	El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	3B-26	

pedagógico permanente)	El docente facilita y regula el aprendizaje.	3B-27	
---------------------------	--	-------	--

Observaciones generales:

Anexo 2. Matriz para el análisis del instrumento según metodología de la indagación práctica

Categoría: Hecho desencadenante				
Subcategoría	Peso	Nº Ítems	Reactivos/Ítems	criterios de evaluación
Planeación de clase abierta y participativa			El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza.	0=No se observa 1=Se observa
			El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.	
			El docente maneja correctamente las situaciones adidácticas presentadas durante el proceso de enseñanza.	
			Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	
			El docente proporciona mediadores cognitivos con el fin de ser utilizado por los estudiantes para resolver dudas o afianzar el conocimiento.	
			El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento	
Exploración de conocimientos previos			El docente aplica estrategias que permiten articular los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	
Planteamiento del problema contextualizado			Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales. El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.	
Involucrar al estudiante			El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	
			El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.	
			El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.	
			Toma como apoyo los aportes y explicaciones de los estudiantes para el desarrollo de conocimientos.	
			El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de resultados.	

Categoría: Exploración				
Subcategoría	Peso	Nº Ítems	Reactivos/Ítems	criterios de evaluación
Construcción de significados			El docente responde a las inquietudes de los estudiantes con preguntas orientadoras y retadoras.	0=No se observa 1=Se observa
			El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	
Búsqueda de hipótesis			El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo	
Sesiones de grupo para exploración cooperativa			El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes	
			El docente acompaña a todos los estudiantes o grupos de estudiantes en los procesos que se realizan para obtener conocimientos.	
			El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes	
Aporte individual de ideas, para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada			El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.	

Categoría: Integración				
Subcategoría	Peso	Nº Ítems	Reactivos/Ítems	criterios de evaluación
Construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del problema planteado			El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	0=No se observa 1=Se observa
			El docente propone actividades para interiorizar lo trabajado en clase.	
			El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	
			El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la	

			participación, a través de la formulación de preguntas.	
			El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	
			El docente facilita y regula el aprendizaje.	
Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones, construir sobre otras ideas, presentar explicaciones, ofrecer soluciones explícitas			El docente estimula a través de actitudes positivas a los estudiantes.	
			El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	
			El docente hace preguntas que tienen relación con las inquietudes de los estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje.	
			El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje	

Categoría: Resolución				
Subcategoría	Peso	Nº Ítems	Reactivos/Ítems	criterios de evaluación
Evaluación de la solución propuesta (R- EP)			El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.	
			El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.	
Confirmación y análisis de la explicaciones (R- CA)			El docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase.	
			La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.	
			El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de resultados.	

Anexo 3. Tabla de coocurrencia para tratamiento de datos. Docente 1 (Julián David Quintero Agudelo)

	SECUENCIA DIDACTICA						COMPETENCIA CIENTÍFICA														INTERACTIVIDAD						
EXPLORACION	1A-1	1A-2	1A-3	1B-4	1B-5	1B-6	2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20	3A-21	3A-22	3A-23	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27
EX-Búsqueda de Hipótesis	10%	20%	0%	5%	0%	0%	0%	0%	2%	0%	3%	0%	0%	5%	0%	0%	6%	6%	2%	0%	4%	5%	3%	3%	0%	4%	1%
EX-Construcción de significados	0%	0%	2%	0%	0%	4%	11%	5%	5%	8%	5%	8%	7%	2%	5%	3%	0%	0%	4%	3%	0%	7%	0%	11%	4%	1%	0%
EX-Explicación Docente	0%	0%	2%	0%	0%	2%	0%	0%	1%	3%	0%	6%	4%	2%	0%	4%	0%	0%	1%	2%	0%	0%	12%	6%	0%	0%	0%
EX-Exploración Colaborativa	0%	0%	1%	0%	6%	5%	0%	0%	2%	0%	0%	0%	0%	2%	1%	3%	4%	12%	0%	0%	23%	2%	11%	0%	22%	12%	3%
HECHO DESENCADENANTE	1A-1	1A-2	1A-3	1B-4	1B-5	1B-6	2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20	3A-21	3A-22	3A-23	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27
HD-Clase Participativa	4%	1%	7%	1%	2%	13%	0%	0%	15%	34%	31%	19%	6%	9%	16%	6%	1%	1%	20%	21%	0%	3%	14%	13%	2%	3%	8%
HD-Conocimientos Previos	4%	11%	3%	4%	3%	3%	0%	3%	8%	19%	15%	14%	15%	11%	10%	0%	4%	10%	11%	16%	2%	3%	4%	43%	0%	2%	4%
HD-Involucrar	1%	3%	5%	2%	4%	17%	0%	3%	15%	40%	31%	20%	5%	8%	13%	6%	1%	0%	18%	25%	0%	3%	11%	16%	1%	3%	7%
HD-Planteamiento Problema	47%	43%	3%	0%	7%	1%	0%	2%	8%	0%	4%	0%	0%	4%	2%	0%	19%	19%	3%	0%	0%	6%	0%	5%	0%	4%	3%
INTERACCION	1A-1	1A-2	1A-3	1B-4	1B-5	1B-6	2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20	3A-21	3A-22	3A-23	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27
INT-Construcción Conjunta	0%	0%	4%	5%	1%	38%	0%	6%	5%	22%	22%	8%	3%	6%	10%	6%	0%	1%	21%	11%	2%	12%	8%	4%	24%	21%	12%
INT-Sistematización	6%	0%	0%	0%	3%	1%	0%	0%	2%	0%	2%	7%	5%	3%	8%	0%	7%	3%	1%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
RESOLUCION	1A-1	1A-2	1A-3	1B-4	1B-5	1B-6	2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20	3A-21	3A-22	3A-23	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27
RE-Confirmación	0%	0%	3%	0%	2%	7%	2%	3%	5%	17%	12%	5%	17%	16%	31%	5%	0%	1%	5%	14%	2%	1%	5%	11%	1%	0%	1%
RE-Evaluación	0%	0%	3%	0%	0%	5%	0%	0%	1%	10%	7%	4%	3%	2%	9%	3%	0%	0%	2%	3%	0%	2%	9%	5%	2%	0%	3%

Anexo 4. Tabla de coocurrencia para tratamiento de datos. Docente 1 (Jhon Fredy Suárez Marín)

	SECUENCIA DIDACTICA						COMPETENCIA CIENTÍFICA														INTERACTIVIDAD							
EXPLORACION	1A-1	1A-2	1A-3	1B-4	1B-5	1B-6	2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20	3A-21	3A-22	3A-23	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27	
EX-Búsqueda de Hipótesis	6%	3%	2%	2%	0%	4%	6%	0%	5%	13%	5%	8%	7%	10%	2%	3%	11%	10%	2%	0%	0%	0%	4%	0%	2%	0%	4%	
EX-Construcción de significados	0%	0%	0%	0%	0%	2%	4%	0%	11%	6%	0%	0%	8%	11%	0%	0%	6%	2%	4%	32%	2%	4%	66%	5%	4%	2%	19%	
EX-Explicación Docente	0%	2%	0%	36%	0%	3%	2%	9%	2%	0%	5%	0%	0%	0%	0%	2%	6%	2%	0%	0%	2%	2%	3%	0%	12%	0%	3%	
EX-Exploración Colaborativa	0%	3%	3%	24%	3%	2%	5%	3%	7%	4%	1%	0%	7%	5%	4%	4%	5%	21%	3%	3%	16%	15%	40%	0%	7%	1%	11%	
HECHO DESENCADENANTE	1A-1	1A-2	1A-3	1B-4	1B-5	1B-6	2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20	3A-21	3A-22	3A-23	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27	
HD-Clase Participativa	4%	4%	17%	1%	23%	1%	3%	1%	4%	2%	1%	3%	8%	6%	4%	4%	2%	20%	25%	17%	4%	5%	4%	6%	0%	3%	4%	
HD-Conocimientos Previos	5%	0%	0%	3%	0%	3%	3%	0%	4%	0%	50%	9%	7%	0%	0%	4%	7%	0%	6%	8%	0%	4%	0%	43%	0%	5%	0%	
HD-Involucrar	3%	0%	1%	0%	1%	4%	8%	3%	1%	7%	6%	18%	5%	6%	35%	1%	27%	6%	29%	0%	0%	7%	6%	5%	4%	13%	4%	
HD-Planteamiento Problema	47%	50%	13%	3%	15%	0%	9%	0%	0%	4%	5%	4%	0%	3%	0%	0%	0%	0%	3%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	
INTERACCION	1A-1	1A-2	1A-3	1B-4	1B-5	1B-6	2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20	3A-21	3A-22	3A-23	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27	
INT-Construcción Conjunta	0%	0%	0%	2%	0%	10%	5%	2%	33%	2%	0%	0%	4%	14%	2%	2%	5%	4%	7%	10%	6%	2%	15%	2%	3%	0%	10%	
INT-Sistematización	0%	2%	3%	0%	2%	3%	6%	2%	11%	3%	2%	4%	3%	27%	3%	2%	8%	3%	8%	7%	0%	8%	9%	12%	1%	19%	7%	
RESOLUCION	1A-1	1A-2	1A-3	1B-4	1B-5	1B-6	2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20	3A-21	3A-22	3A-23	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27	
RE-Confirmación	2%	0%	0%	3%	4%	37%	8%	15%	3%	24%	3%	6%	27%	2%	3%	3%	5%	4%	4%	3%	1%	1%	8%	3%	4%	5%	10%	
RE-Evaluación	0%	0%	0%	0%	0%	3%	3%	0%	0%	4%	0%	0%	4%	0%	15%	0%	3%	13%	0%	0%	0%	4%	3%	0%	0%	5%	3%	

Anexo 5. Certificación de la implementación

Secretaría de Educación, Cultura, Deporte y Recreación
Dosquebradas - Risaralda

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA
NUESTRA SEÑORA DE GUADALUPE**
"La Exigencia da Excelencia"

NT 818.000.000.1
REGISTRO CADE 18617000948
Resolución de Aprobación
No. 736 DEL 14 DE AGOSTO DE 2006

Dosquebradas, 24 de marzo de 2017

SEÑORES
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

Cordial saludo

Por medio de la presente certifico que el maestrante **JULIAN DAVID QUINTERO AGUDELO**, identificado con la **CC. 10.012.608 de Pereira**, ha implementado una unidad didáctica planeada desde el macro-proyecto de matemáticas.

Dicha unidad tiene como objetivo resolver ecuaciones de primer grado en el conjunto de los números naturales, sustentado en la metodología de la indagación y la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau. Esta fue implementada a 30 estudiantes del grado Sexto C, durante tres sesiones de clase como se especifica a continuación:

Sesión	Tema	Duración	Fecha
1	Explorar saberes previos relacionados con las operaciones aritméticas básicas y reconocer el concepto de igualdad.	1:40:00	02-marzo-2017
2	Construir el concepto de ecuación a partir de igualdades en las que hay un elemento desconocido (incógnita).	1:35:00	14 Y 17-marzo-2017
3	Identificar y comprender un método válido para la solución de ecuaciones lineales.	1:33:00	21-marzo-2017

Para constancia de lo anterior se firma en Dosquebradas Risaralda a los 23 días del mes de marzo del año 2017


LUIS HERNANDO RESTREPO SAMPEDRO
C.C. 10.089.834 de Pereira
Rector (e)

SEDE GUADALUPE
Carrera 13 A No. 33-31 Barrio Guadalupe
Teléfonos: 3170660-3227604
e-mail: ie.guadalupe@dosquebradas.gov.co
www.institucionguadalupe.edu.co

SEDE CLUB DE LEONES
Calle 45 No. 12-26 Barrio Buenos Aires
Teléfonos: 323 03 44 - 332 62 32
Dosquebradas - Risaralda
e-mail: iedosquebradas@gmail.com

Anexo 6. Unidad didáctica

Guía del Docente - Ecuaciones lineales con una incógnita – Sesión 1

Objetivos

- Fortalecer los saberes previos relacionados con las operaciones aritméticas básicas y la importancia de su uso en la cotidianidad.
- Acercar al estudiante al concepto de igualdad, entendiéndose ésta como dos maneras distintas de designar al mismo objeto, o dos escrituras diferentes de éste.

Fase 1: Acción

De manera individual se pide a los estudiantes que se ubiquen en un momento cotidiano a través de una visita al centro comercial:

Actividad 1. (15 minutos) En el centro comercial Parte 1

Vamos a ir al centro comercial donde podemos realizar muchas actividades y pasar una tarde muy agradable al lado de nuestros seres queridos y amigos

Pero bueno, apenas vamos a salir de la casa y ya debemos empezar a tomar algunas decisiones y en las cuales me hacen partícipe de la solución.

El primer reto sería determinar si nos vamos en Megabús o en Taxi. Mi madre dijo somos tres y sabemos que en taxi la carrera cuesta \$ 7.000. Sabemos también que el pasaje de Megabús por cada uno es de \$ 1.800.

¿Cuál cree que debe ser la respuesta para determinar en qué transporte nos vamos si queremos seleccionar aquel en que menos dinero se gaste?

Personas a viajar: 3

Valor carrera en taxi: \$ 7.000

Valor de pasaje en Megabús: \$ 1.800

Se sabe que un taxi transporta hasta 4 pasajeros y cobra por carrera no por pasajeros. Entonces independiente del número de pasajeros el valor de la carrera siempre será igual. En nuestro caso el gasto en taxi será de \$ 7.000

Ahora bien, en Megabús cobran por pasajero y cada uno vale \$ 1.800

Entonces, el valor del viaje sería

$$3 \times 1.800 = 5.400$$

Donde 3 es el número de pasajeros y 1.800 el valor del pasaje

Paso seguido comparamos el valor de los dos viajes:

Viaje en taxi: \$ 7.000

Viaje en Megabús: \$5.400

Y se concluye que es más barato viajar en Megabús.

Para seguir con el cuestionamiento podemos realizar modificaciones al ejercicio.

Y si invitamos un amigo para que nos acompañe, es decir que ya seríamos cuatro, ¿seguirá siendo la opción de transporte la misma?

Personas a viajar: 4

Valor carrera en taxi: \$ 7.000

Valor de pasaje en Megabús: \$ 1.800

El precio del taxi no varía: \$ 7.000

Pero ahora el valor del viaje en Megabús sería:

$$4 \times 1.800 = 7.200$$

Ahora comparamos el valor de los dos viajes:

Viaje en taxi: \$ 7.000

Viaje en Megabús: \$7.200

Con esta nueva información se puede concluir que es más barato viajar en Taxi.

Ahora, ¿Cuántas personas pueden viajar en un taxi?

Y entonces si en vez de cuatro somos seis, ¿cuál sería la forma más económica de viajar?

Actividad 2. (10minutos)

Luego ubicamos al estudiante en otra situación muy cotidiana como la siguiente:

Bueno, al fin tomamos una decisión y nos fuimos en taxi. Al llegar a nuestro destino, el señor conductor nos dijo que la carrera costaba \$7.000. Entonces le pagamos con un billete de \$20.000 a lo que el señor preguntó después de recibir el billete: ¿Por favor, podría darme \$2.000 más, es que no tengo sencilla? Inmediatamente mi madre aceptó y dio los \$2.000. Después el señor entrega la devuelta, mi madre la revisa y se bajó sin protestar. ¿Pero qué fue lo que pasó ahí? ¿Por qué el señor del taxi hizo ese pedido de más? ¿Será que estafaron a mi madre? ¿Por qué mi madre no protestó al revisar las vueltas y quedó satisfecha?

Tomamos entonces los datos conocidos del problema:

Valor del transporte: \$ 7.000

Valor del pago inicial: \$ 20.000

Valor del pago extra: \$ 2.000

Valor del pago total: \$ 22.000

Entonces para saber cuánto debe devolver el taxista basta con restar del total del pago el valor de la carrera

$$22.000 - 7.000 = 15.000$$

\$ 15.000 es entonces el valor de la devuelta que debieron recibir del taxista.

Por otro lado, si pensamos que el taxista no hubiera hecho el pedido extra de los \$ 2.000, el ejercicio quedaría de la siguiente forma

Valor del viaje: \$ 7.000

Valor pagado: \$ 20.000

Entonces el valor de la devuelta sería el siguiente:

$$20.000 - 7.000 = 13.000$$

\$ 13.000 sería la devuelta entregada por el taxista en este caso hipotético.

Para el primer caso vemos que el taxista basta con devolver con un billete de \$ 10.000 y uno de \$ 5.000. También podía devolver con tres billetes de \$ 5.000.

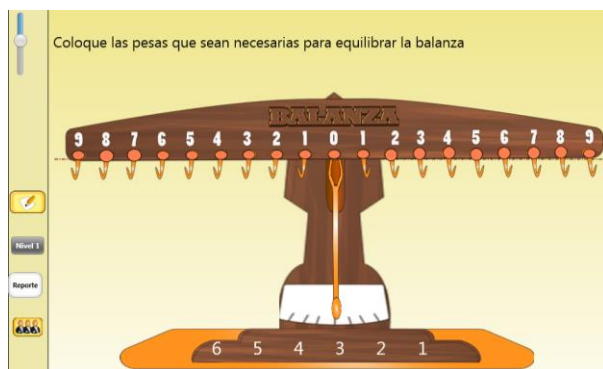
Seguramente el taxista no tenía billetes de \$ 2.000 o de \$ 1.000 para devolver los \$ 13.000 como se plantea en el segundo caso por lo cual el taxista hace el pedido del valor extra y así devolver solo con billetes de \$ 5.000 y/o de \$ 10.000

Para seguir con la visita al centro comercial aparece la siguiente situación (utilizar el computador o la tablet como herramienta mediadora):

Actividad 3. (30 minutos)

Luego de resolver ese dilema, entramos al centro comercial y nos dimos cuenta que había una feria con diferentes actividades para realizar. Una muy interesante estaba en un puesto que vendía sus productos con una balanza, la cual tenía con ganchos en diferentes posiciones y con numeración de 0 a 9, también tenía varias pesas de diferentes colores que representaban un valor diferente y que se podían colgar en los ganchos.

Para este ejercicio se requiere la herramienta del computador y se utiliza el software Dpbalanza del Ingeniero y Maestro Efraín Alberto Hoyos del Departamento del Quindío (Colombia)



USO DEL SOFTWARE

Aquí el estudiante debe ingresar al programa balanza el cual le pide inicialmente el nombre del Estudiante, el colegio y el grado. Luego en el botón continuar

El estudiante explora el software donde el profesor le indica algunas instrucciones básicas para mover las pesas y empezar un nuevo ejercicio, así:

- Para tomar una pesa se debe hacer clic en cualquiera de los números de 1 a 6 ubicados en la base de la balanza y con el clic sostenido llevar la pesa a cualquiera de los ganchos numerados de 1 a 9 en cada lado de los brazos de la pesa y soltar el clic.
- Para quitar un peso de los ganchos de la balanza, se toma el peso y con clic sostenido se lleva a la base y allí se suelta, desapareciendo así dicha pesa.
- Cuando la balanza este en equilibrio después de colocar los pesos, mostrará el mensaje: **“Correcto”** en la parte superior de la balanza.
- El programa siempre sugiere un ejercicio ubicando sobre la balanza una o varias pesas, de forma aleatoria y de acuerdo al nivel.
- Para un nuevo ejercicio se oprime sobre el botón nuevo ubicado en la parte izquierda



Después de explorar el programa y realizar los cuestionamientos y crearse nuevos retos, el estudiante debe descubrir por sí mismo, que el peso total de un lado de la balanza equivale a multiplicar el valor del peso elegido por el valor del gancho donde se ubica, ejemplo:



Como se observa en la figura, en el lado izquierdo se ubica un peso de 3 sobre el gancho 4

Total peso: $4 \times 3 = 12$

En el lado derecho, se coloca en el gancho 2 un peso de 6

Total peso: $2 \times 6 = 12$ Con lo que la balanza queda en equilibrio.

De esta balanza me surgen las siguientes preguntas

Aquí los estudiantes deben descubrir el funcionamiento de la balanza para mantener su equilibrio.

1. Cómo equilibrar la balanza con solo dos pesas:
2. Y si utilizo tres pesas:
3. Y con cuatro pesas ¿cómo sería el asunto?
4. Será que puedo equilibrar la balanza independiente de la pesa o las pesas que me pongan

----- Pausa Activa (5 minutos) -----

Fase 2: Comunicación

Actividad 4. (30 minutos)

En esta etapa se conforman equipos de trabajo de 3 miembros cada uno.

Al terminar todos mis cuestionamientos me doy cuenta que otros dos compañeros están en el mismo sitio y los saludo. Luego nos reunimos en el mall de comidas y nos damos cuenta que por casualidad pasamos por la misma tienda y nos surgieron dudas similares. Entonces decidimos comparar resultados y exponerlos como anécdota en nuestra clase de matemáticas, puesto que nuestro profesor nos motiva a que expongamos ese tipo de eventos ante nuestros compañeros y así hacer la clase más amena y con mayor participación.

Se sugiere entonces las siguientes actividades:

1. Que un estudiante escoja dos valores de pesas y los demás traten de equilibrar la balanza

Aquí puede pasar lo siguiente

- a) *Que seleccionen otras dos pesas iguales y las ubiquen en los mismos ganchos. (Una solución que es la más obvia, pero se les debe provocar hacia un reto mayor)*
 - b) *que una pesa la ponga en un lado y la otra en el valor del gancho igual al de la pesa inicial (propiedad conmutativa)*
 - c) *Que busquen otras pesas diferentes hasta que encuentren el equilibrio (análisis aritmético de la igualdad)*
2. Que un estudiante escoja dos ganchos de un lado de la balanza y los demás deban equilibrarla ubicando los pesos sobre esos dos ganchos seleccionados y al otro lado de la balanza en uno o más ganchos.

Aquí limita un poco el ejercicio, pero pueden sacar las mismas conclusiones que el anterior.

3. Que un estudiante escoja tres pesas y las ubique en un lado de la balanza para que los demás la equilibren

Puede pasar lo siguiente:

- a) *Que escojan pesas para ubicarlas en el otro brazo de la balanza hasta equilibrarla*
- b) *Que escojan pesas y las ubiquen en cualquiera de los dos brazos de la balanza hasta equilibrarla.*
- c) *Ubicar tres o más balanzas en cualquier parte de la balanza y que los demás traten de equilibrarla.*

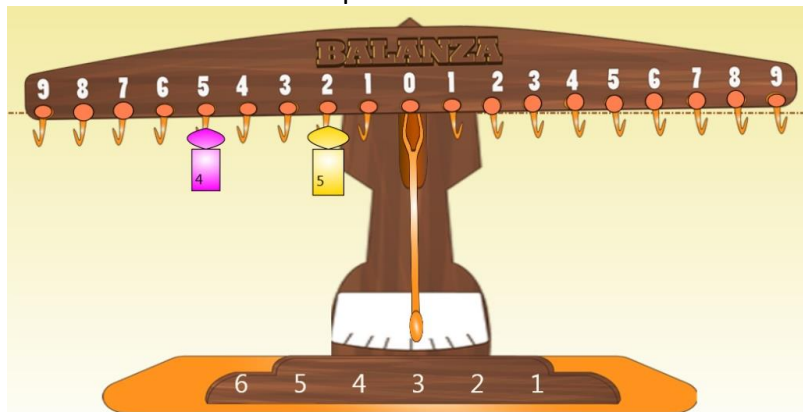
Los estudiantes deben compartir en grupo sus resultados y exponerlos ante los demás para sacar conclusiones.

Fase 3: Validación

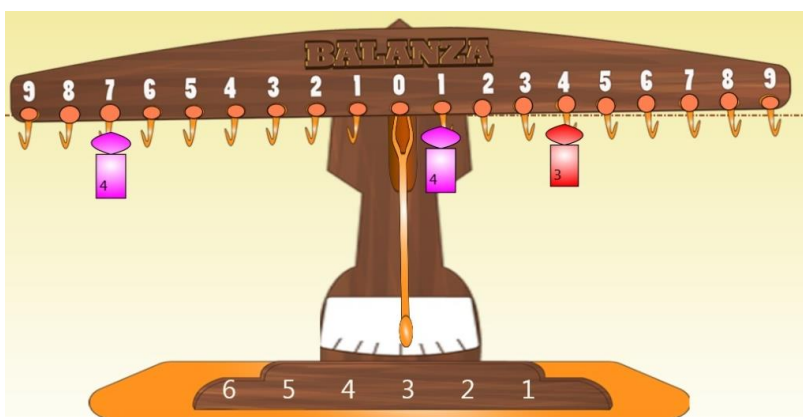
Actividad 5. (15 minutos)

Se plantean los siguientes ejercicios para ser resueltos en los grupos de trabajo, pero con la ayuda del software.

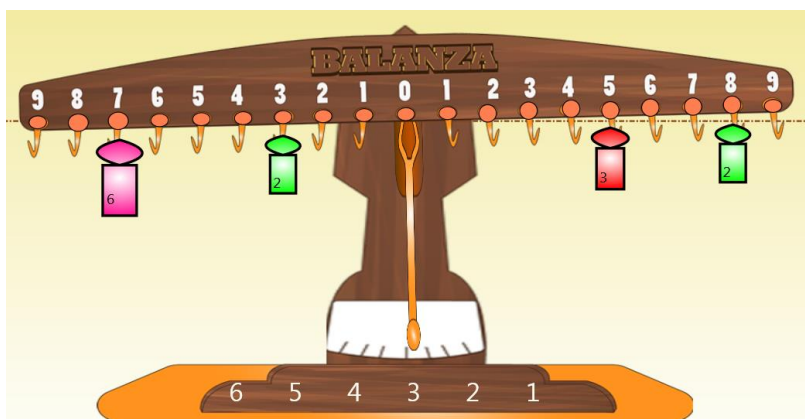
1. Equilibrar la balanza colocando pesas sólo en el lado derecho de la balanza



2. Qué peso en el lado derecho falta para equilibrar la balanza



3. Sin mover las pesas ubique otras hasta lograr equilibrio



Fase 4. Institucionalización

Verificación de conocimientos (15 minutos)

Plantear a los estudiantes los siguientes cuestionamientos:

¿Qué características tiene una igualdad?

¿Qué símbolo representa una igualdad?

Represente algunas igualdades

El docente debe ajustar las definiciones que dieron los estudiantes a la definición matemática propuesta a continuación:

La idea de igualdad en el ámbito de la matemática expresa que dos objetos son iguales si son el mismo objeto. De esta manera, $1 + 1$ y 2 se refieren al mismo objeto matemático. Y el hecho de que ambos sean lo mismo se expresa a través del signo $=$. De esta manera, la igualdad matemática está formada por dos miembros diferenciados: el miembro situado a la izquierda o antes del signo $=$ y el miembro derecho que se encuentra después del $=$.

Las siguientes expresiones son algunos ejemplos de igualdad:

- $6 + 4 = 10$
- $6 \times 4 = 24$
- $8 + 12 - 5 = 15$
- $4 \times 2 + 4 = 12$
- $9 \div 3 = 3$

EVALUACIÓN (INTERIORIZACIÓN)

En los espacios en blanco escribe el número con el cual se cumple la igualdad

1. $165 + \underline{\hspace{2cm}} = 205$

2. $20 + 16 + 4 + \underline{\hspace{2cm}} = 48$

3. $4 \times \underline{\hspace{2cm}} = 20$

4. $8 + \underline{\hspace{2cm}} = 20 - \underline{\hspace{2cm}}$

5. $4 + 3 - 2 = 15 \div \underline{\hspace{2cm}}$

Guía del Docente - Ecuaciones lineales con una incógnita – Sesión 2

Objetivos

- Comprender la utilidad de la simbolización para expresar cantidades en distintos contextos.
- Construir el concepto de ecuación a partir de igualdades en las que hay un elemento desconocido (incógnita).

DESARROLLO DE LA SESIÓN

Recordemos (Saberes previos) (20 minutos)

Hacemos una exploración en el grupo para determinar la apropiación de conceptos vistos en la sesión anterior.

Bueno muchachos, para retomar lo visto en la clase anterior, quien me dice, pero levantan la mano para cederle la palabra, si cada uno representa una igualdad o no.

1. $7+5-3=10$ (NO)
2. $12-8=3+1$ (SI)
3. $3+5=5+3$ (SI)
4. $19=12+6+1$ (SI)
5. $7*3=11+10$ (SI)
6. Seguir atentamente el siguiente diálogo entre el veterinario y un estudiante acerca del tratamiento para su mascota.

VETERINARIO: Para el tratamiento de su mascota, se deben suministrar 3 gotas diarias de esta medicina por cada kilo que pese su mascota.

ESTUDIANTE: Acabamos de pesar a mi mascota y pesa 20 kilos, según eso debo darle 50 gotas diarias.

Según el diálogo anterior, responde la siguiente pregunta. ¿Lo que el estudiante piensa suministrarle a su mascota es igual a lo que prescribió el veterinario y por qué?

R. No son 50 gotas. La solución es $3 \times 20 = 60$, es decir 60 gotas

7. Siguiendo con el ejercicio anterior,

VETERINARIO: Además la dosis propuesta se debe suministrar durante 5 días y esta medicina se vende en un frasco que alcanza para 150 gotas.

ESTUDIANTE: Entiendo señor, entonces creo que con un frasco es suficiente para todo el tratamiento.

Pregunta, ¿está usted de acuerdo con la decisión del estudiante? o ¿cuántos frascos debe comprar para realizar el tratamiento completo propuesto por el veterinario?

R. No. La respuesta es $5 \times 60 = 150 \times 2$ es decir 2 frascos.

Fase 1: Acción

Se continúa con el ejercicio anterior en el contexto del centro comercial. De forma individual los estudiantes desarrollan la siguiente actividad.

En el centro comercial

En un local de electrodomésticos anuncian con bombos y platillos su aniversario y dentro de sus promociones invitan a participar en una rifa muy particular, como se muestra en el volante (ver guía del estudiante):

Actividad 1. (30 minutos)

Escoge el boleto con el cual va a participar y una hoja de imágenes para recortar, que serán las fichas para pegar en el boleto, de acuerdo a las instrucciones del volante y trata de acertar la combinación del almacén, pero recuerda a mayor valor del electrodoméstico mayor es la complejidad de las combinaciones.

Esta actividad debe permitir la simbolización de problemas cotidianos. Se refuerza el concepto de igualdad y se orienta hacia la escritura horizontal de expresiones matemáticas, que es la forma visual en que se presentan las ecuaciones.

Se espera que utilicen formas de agrupación por paréntesis. También la vinculación de los números a los objetos para denotar el mismo objeto varias veces, así:



Que representa dos cámaras fotográficas sin necesidad de utilizar varias veces el mismo dibujo.

El docente debe llevar en sobre cerrado las operaciones ganadoras para el sorteo y a manera de motivación algunos premios, e indicando que a mayor valor del artículo mayor es la complejidad de la operación a desarrollar.

Luego se reúnen en grupos de 3 estudiantes para verificar resultados de acuerdo a las operaciones planteadas. Esto permite comprender que una misma ecuación se puede representar de múltiples formas.

Fase 2: Comunicación

En los grupos conformados se continúa con la siguiente actividad:

Actividad 2. (10 minutos)

Desde el altavoz del almacén informan que la rifa se hará el mismo día en aproximadamente 20 minutos. Pero para dar mayor interés a los visitantes informan que van a dar algunas pistas en los premios de mayor valor. Las pistas son las siguientes:

1. Para la rifa del celular, la combinación que tiene el almacén contiene la ficha con el número 2 y el signo menos (-)
2. En la rifa de la Tablet la operación contiene el signo división.
3. Para el Computador se debe tener en cuenta el número 3 y los paréntesis de abrir y cerrar
4. Para la rifa del televisor debe tener división, paréntesis y el número 4

Realiza las combinaciones de acuerdo a los enunciados y así ganar fabulosos premios, si acierta los realizados por el almacén.

Pidiendo atención el docente muestra las operaciones que ya traía previamente en sobre cerrado para verificar la transparencia del sorteo. Ejemplo:

Se hace una pequeña discusión donde explica sus operaciones, los estudiantes también aportan las de ellos y luego puede alentar a que en los mismos grupos se creen juegos con condiciones que ellos mismos proponen para resolver las igualdades.

Descanso para pausa activa dirigida (5 minutos)

Actividad 3. (5 minutos)

Representa las igualdades de las pistas de la actividad 2 pero ya sin la utilización de las fichas, es decir utilizando solo lápiz y papel. Tiene que ser muy rápido porque el sorteo se cierra en 30 segundos.

Ahora les cuestiona a los estudiantes que, si tuvieran que realizar el mismo ejercicio, pero con la condición de que ya no tienen las fichas de los dibujos, sino que en el cuaderno traten de representar la misma ecuación pero que tiene que ser muy rápido porque se supone que el sorteo se cierra en 30 segundos, por ejemplo.

Aquí se trata que el estudiante empiece a escribir en forma matemática los problemas utilizando solamente números, símbolos y operaciones que corroboren las igualdades.

Actividad 4. (10 minutos)

Ahora el docente propone el siguiente problema para que se represente en el cuaderno de forma similar a como se ha venido desarrollando.

A continuación, se muestran los precios para los siguientes productos:

- Computador: \$ 1.5000.000
- Celular: \$ 500.000
- Tablet: \$ 800.000
- Minicomponente: \$ 1.000.000
- Portátil: \$ 2.300.000

Represente matemáticamente las siguientes inquietudes de forma similar a la actividad 3. Ojo no es decir cuál es el producto, simplemente traten de representar de algún modo el producto desconocido y los demás artículos conocidos en una sola expresión.

- ¿Qué producto cuesta lo mismo que lo que valen un Celular más un Minicomponente?
- ¿Qué artículo vale lo mismo que un computador y una Tablet?
- ¿Qué aparato vale lo mismo que lo que cuesta un portátil menos lo que vale un computador?

En los grupos de trabajo analicen las representaciones que utilizaron, comparen sus resultados y si hay necesidad corrijan.

Después revisen con qué representaron el artículo desconocido y escojan el que más les parezca adecuado.

Aquí se espera que el estudiante se acerque a la representación matemática de una ecuación con el lenguaje propio del mismo estudiante y para lo cual puede suceder lo siguiente:

$$¿ = 5 + 4$$

$$5 + 4 = ?$$

Donde el signo de interrogación puede ser otro símbolo, por ejemplo, un asterisco, una letra, emoticón, inclusive un espacio en blanco.

Fase 3: Validación

En consenso de todo el salón se decide cual será el símbolo que represente la incógnita para resolver ejercicios explicando la necesidad de manejar un mismo lenguaje con el fin de darle uniformidad y así otros puedan entender los ejercicios.

Plantee los siguientes ejercicios recalando que no se trata de responder a la pregunta del ejercicio sino a su representación.

Actividad 5. (10 minutos)

Utilizando el símbolo de la incógnita escogido por todo el grupo, representen los siguientes interrogantes. Realice esta actividad de forma individual:

- a) Qué producto cuesta lo mismo que una gaseosa de \$ 2.000 más un pan de \$3.000
- b) Qué objeto cuesta lo mismo que 40 menos 20
- c)Cuál es el valor del objeto que al sumarle 5 me da lo mismo que 10
- d) Qué valor tiene un objeto que al sumarle 3 es lo mismo que multiplicar el valor del mismo objeto por 2
- e) El doble de un objeto es lo mismo que 16

Actividad 6. (10 minutos)

Escribe un enunciado (o planteamiento de un problema) que mejor se acomode a las siguientes representaciones matemáticas:

- a) $\# + 5 = 8$
- b) $\# = 3000 - 1000$
- c) $3\# = 15$

El símbolo # se cambia por el símbolo escogido

Fase 4. Institucionalización (20 minutos)

Se pide atención a los estudiantes y se les explica que esta representación simbólica en matemática se llama ecuación.

Se le pide a los estudiantes que describan con sus propias palabras cuales son las características que identifican una ecuación como las ya vistas.

CONCLUSIÓN

Esta representación matemática se llama ecuación y puede escribirse de diferentes formas:

$$¿ = 5 + 4$$

$$\# = 3 - 2$$

$$3 + _ = 4 + 2$$

$$x = 20 - 12$$

$$2x + 3 = 3 \times x$$

¿Qué características tienen estas ecuaciones?

En el cuaderno del estudiante:

Ecuación lineal de primer grado con una incógnita

Una ecuación de primer grado con una incógnita (ecuación lineal) es una expresión que en lenguaje simbólico se presenta en la forma $Ax + B = C$, donde x es la expresión de una incógnita y A , B y C son constantes. Los términos Ax y B están relacionados por medio de la operación adición. Para reconocer una ecuación lineal como tal, es necesario partir de los conceptos de igualdad y de incógnita bajo diferentes representaciones gráficas y simbólicas.

En los libros de matemáticas o de ciencias utilizan la x en algunos ejercicios parecidos a los que hemos visto. Pues ese es el símbolo más utilizado para representar una incógnita por lo tanto es bueno que nos vayamos familiarizando con su uso.

Otra cosa que hay que saber es que esa x se le puede decir que es la incógnita de un ejercicio, es decir el valor desconocido y que también la llaman variable porque puede tener distintos valores.

Por último, cuando queremos escribir la multiplicación de un número por la incógnita suele no escribirse el signo “por” (\times). Así por ejemplo la siguiente expresión:

$$2 \times x + 3 = 3 \times x$$

También la podemos denotar de la siguiente forma:

$$2x + 3 = 3x$$

$$2.x + 3 = 3.x$$

$$2 * x + 3 = 3 * x$$

$$2(x) + 3 = 3(x)$$

¿Si observas por qué?

Actividad 6. *Plantea 5 ecuaciones con el símbolo **x** como incógnita y escríbelas en el cuaderno.*

Guía del Docente - Ecuaciones lineales con una incógnita – Sesión 3

Objetivos

- Establecer relaciones entre cantidades numéricas
- Comprender la dependencia que existe entre variables
- Identificar y comprender un método válido para la solución de ecuaciones lineales de la forma $AX + B = C$

DESARROLLO DE LA SESIÓN

Recordemos (Saberes previos) (15 minutos)

Hacemos una exploración en el grupo para determinar la apropiación de conceptos vistos en la sesión anterior.

Expresa cuáles de las siguientes expresiones corresponden con el concepto de ecuación:

1. $2+5=7+3$
2. $3*2=6$
3. $X=5+3$
4. $X+5+3$
5. $8+3=X$

Entonces, ¿cómo reconocemos qué es una ecuación?

Según la definición anterior ¿esta sería una ecuación?

$$X+3+10=5+X+8$$

¿Qué significa la X en la ecuación?

¿Se puede denotar la X con otro símbolo?

Fase 1: Acción

En el centro comercial Parte 3

Se pide a los estudiantes que se ubiquen en grupos de tres o según la disponibilidad de los equipos y se entrega la guía de trabajo

Finalizando nuestra visita al centro comercial decidimos ingresar al almacén de tecnología, donde los vendedores nos recibieron amablemente y nos invitaron a participar en un concurso promocional de uno de sus computadores. Para ello debíamos utilizar la herramienta tecnológica para resolver dos acertijos. El primero de ellos se resuelve siguiendo unas instrucciones y el segundo; bueno la práctica hace al maestro.

ACTIVIDAD 1. Acertijo 1 (10 minutos)

Las edades de tres vendedores, Juan, Alberto y Ana suman 72 años. Se sabe que Juan, el mayor, tiene el triple de edad que Ana, la más pequeña, y que la edad de Alberto es el doble que la de Ana.

¿Cuáles son las edades de los tres vendedores?

Para ello realizamos los cálculos en una hoja de EXCEL a partir de las siguientes instrucciones:

- Escribe el título del ejercicio y los nombres de los vendedores tal como se ven en la figura

	A	B	C	D
1	Problema de las edades			
2				
3		Ana	Alberto	Juan
4				
5				
6	Suma Actual			
7				
8	Suma de las edades correcta			
9				

- Introduce en la celda **D8** el número **72**.
¿Por qué va ese número en esa celda?
- Introduce en la celda **C4** la fórmula $=B4*2$
¿Por qué se multiplica ese valor por 2?
- Introduce en la celda **D4** la fórmula $=B4*3$
¿Por qué se multiplica ese valor por 3?
- Introduce en la celda **D6** la fórmula $=B4+C4+D4$

Nota: Para realizar fórmulas en Excel es necesario empezar con el signo igual

Ahora intenta acertar la solución al acertijo escribiendo datos al azar en la edad de Ana:

- Introduce en la celda **B4** un valor cualquiera, por ejemplo **9**.
- Ingresas valores diferentes en la celda **B4** hasta que "Suma actual" sea **72**.

¡Bien, lo lograste! Ahora analiza que fue lo que sucedió

- ¿Por qué al variar el valor de la celda **B4** cambian los otros valores?
- ¿Qué pasa con el valor de la celda **C4** con relación al valor de la celda **B4**?
- ¿Qué pasa con el valor de la celda **D4** con relación al valor de la celda **B4**?

ACTIVIDAD 2. Acertijo 2 (10 minutos)

Las alturas de cuatro arboles suman 45 metros. Se sabe que el árbol 2 tiene la mitad de altura del árbol 1, el árbol 3 tiene el doble de altura del árbol 1, el árbol 4, el más alto, cuenta con cuatro veces la altura del árbol 1.

¿Cuánto mide cada uno de los árboles? Realizar el ejercicio en la Hoja 2 de Excel

Se espera que el estudiante obtenga un resultado similar al siguiente

	A	B	C	D	E
1	Problema de las alturas de los árboles				
2					
3		Arbol 1	Arbol 2	Arbol 3	Arbol 4
4		Cualquier Valor	$B4 \div 2$	$B4 * 2$	$B4 * 4$
5					
6	Suma Actual				$B4 + C4 + D4 + E4$
7					
8	Suma correcta				45

Y que al confrontar los diferentes valores se detenga en el siguiente resultado.

	A	B	C	D	E
1	Problema de las alturas de los árboles				
2					
3		Arbol 1	Arbol 2	Arbol 3	Arbol 4
4		6	3	12	24
5					
6	Suma Actual				45
7					
8	Suma correcta				45
9					

Fase 2: Comunicación

ACTIVIDAD 3. Establecer igualdades (20 minutos)

El docente plantea la siguiente igualdad

$$5 + 3 = 7 + 1$$

Y pregunta a los alumnos si eso es correcto, a lo que la respuesta lógica sería un sí. Seguidamente, a la expresión dada se le hace una modificación. La expresión modificada se muestra a continuación:

$$5 + 3 + 2 = 7 + 1$$

¿Cuál fue la modificación que se le hizo?

¿Con esa modificación la igualdad se cumple?

¿Qué ajuste o modificación plantearía a la expresión para que se cumpla la igualdad, teniendo en cuenta que no se pueden borrar ni cambiar ninguno de los valores o signos establecidos?

Se esperaría que los estudiantes sugieran esta solución

$$5 + 3 + 2 = 7 + 1 + 2$$

$$10 = 10$$

ACTIVIDAD 4. Despejar valores (5 minutos)

En las siguientes igualdades deje el valor indicado para cada caso haciendo uso de la técnica ya antes vista para ajustar igualdades para que la igualdad se mantenga:

1. Que al lado izquierdo del igual quede solo el número 9
 - a. $9 + 3 - 4 = 8$
 - b. $7 + 9 - 5 = 9 + 2$
 - c. $9 - 4 = 1 + 8 - 4$
2. Que al lado derecho del igual quede sólo el 11
 - a. $23 = 11 + 14 - 2$
 - b. $7 - 4 = 5 + 11 - 13$

-----PAUSA ACTIVA (5 minutos)-----

ACTIVIDAD 5. Hallar el valor de la incógnita (20 minutos)

Si en una igualdad, ya aparece la variable x, como en el siguiente ejemplo:

$$x + 3 + 4 = 10$$

Se debe entonces averiguar el valor numérico de esa variable o incógnita. Para ello hay que eliminar los otros valores que la acompañan en ese lado de la igualdad. En este caso debemos hacer que el +3 y el +4 desaparezcan del lado del igual donde está la X pero manteniendo la igualdad aplicando los procedimientos vistos.

¿Cómo lo hacemos?

Una posible solución que los estudiantes a través de la discusión en torno al tema, pueden generar es la siguiente:

$$X + 3 + 4 - 3 - 4 = 10$$

Ahora se relaciona con el concepto de igualdad, y se pide corregirla.

Se permite la salida de alguno de los estudiantes para que corrija la igualdad, esperando obtener el siguiente resultado

$$X + 3 + 4 - 3 - 4 = 10 - 3 - 4$$

Y resolviendo las operaciones obtenemos el valor de X. Se espera la siguiente solución:

$$X + 0 + 0 = 10 - 3 - 4$$

$$X = 7 - 4$$

$$X = 3$$

Fase 3: Validación

En el centro comercial Parte 4

ACTIVIDAD 6. (20 minutos)

Luego uno de los vendedores nos invitó a probar el nuevo juego que se lanzará al mercado aprovechando la temporada escolar. El juego viene en una caja y las instrucciones son las siguientes:

Aquí la finalidad es afianzar los pasos para la resolución de ecuaciones de primer grado sencillas, previamente introducidos y trabajados en clase.

Material necesario

- Una baraja de 32 cartas de ecuaciones de primer grado divididas en cuatro grandes bloques. Cada bloque representa un paso en la resolución de ecuaciones de primer grado sencillas del tipo: $Ax + B = Cx + D$, es decir:

Bloque 1: 8 cartas con ecuaciones $Ax + B = Cx + D$

Bloque 2: 8 cartas con las mismas ecuaciones anteriores pero escritas de la forma: $Ax - Cx = D - B$ o $B - D = Cx - Ax$

Bloque 3: 8 cartas con las 8 mismas ecuaciones pero escritas de la forma: $x = D - B$ o $D - B = x$

Bloque 4: 8 cartas con el resultado final de las 8 ecuaciones anteriores: $x = M$

Para insistir en el nuevo significado del signo igual en matemáticas, se han escrito las ecuaciones de los bloques 2 y 3, de dos formas equivalentes: $Ax - Cx = D - B$ o $B - D = Cx - Ax$ para dejar claro que no se puede privilegiar un miembro de la ecuación frente a otro y que el signo igual algebraico corresponde a un equilibrio entre los dos miembros de la ecuación es decir una situación válida de izquierda a derecha y de derecha a izquierda.

Tomado de Grupo Azarquiel <https://anagarciaazcarate.wordpress.com/>

Baraja de resolución de Ecuaciones

Reglas del juego:

- Juego para cuatro jugadores.
- Se reparten 8 cartas a cada jugador.
- El primer jugador empieza colocando una carta del Bloque 1 boca arriba sobre la mesa.
- Si no tiene pasa su turno.
- El siguiente jugador intenta colocar alguna de las 3 cartas correspondientes a la resolución de esa misma ecuación. Si no tiene ninguna de las 3, coloca otra ecuación del primer bloque, perdiendo también su turno si no tiene ninguna ecuación inicial.

- Las cartas se colocan en el orden correcto de la resolución de la ecuación, es decir carta del bloque 1 seguida por carta del bloque 2, carta del bloque 3 y carta del bloque 4. Si falta un paso se deja el espacio correspondiente.
- El siguiente jugador intenta a su vez colocar alguna carta implicada en la resolución de las que ya están en la mesa. Si no tiene ninguna carta que desarrolle una de las iniciales de la mesa puede a su vez colocar, si la tiene, otra ecuación inicial. En caso contrario pierde su turno.
- Si algún jugador se equivoca pierde su turno.
- Gana el jugador que primero coloque sobre la mesa sus ocho cartas.

Fase 4. Institucionalización

Verifica tus conocimientos (20 minutos)

Responde en el cuaderno las siguientes interrogantes:

1. ¿Qué se tiene que descubrir o hallar en una ecuación, el valor de qué?
2. ¿Cómo debe estar la incógnita para poder conocer su valor?
3. ¿Para dejar sola la incógnita a un lado del igual que debemos realizar en la ecuación?

Se puede formalizar el concepto desde las respuestas de los estudiantes y si se quiere que escriban en el cuaderno el procedimiento matemático para la solución de ecuaciones:

Para solucionar ecuaciones de primer grado se necesitan habilidades para establecer relaciones entre las cantidades numéricas, la incógnita y el concepto de igualdad.

La propiedad uniforme:

Enuncia que se pueden efectuar las mismas operaciones en ambos lados del igual, y se obtendrá otra igualdad. *Si a una igualdad le sumamos el mismo número en ambas partes, se produce otra igualdad (por ejemplo, en la igualdad $5+3=8$. al sumar 2 en las dos partes de la igualdad se crea una igualdad con valor 10). Lo mismo sucede si restamos el mismo número a ambas partes de la igualdad, si lo multiplicamos o si lo dividimos. En todos estos casos sigue produciéndose otra igualdad*

Pasos para resolver una igualdad

Observemos el ejemplo paso a paso para hallar el valor de la variable X en la siguiente ecuación:

$$X + 8 + 3 = 20$$

$X + 8 + 3 - 8 - 3 = 20$	1. Empezar a eliminar los valores que acompañan a la variable X . En este ejemplo, debemos eliminar el 8 y el 3 restando esos mismos valores
--------------------------	--

$X + 8 + 3 - 8 - 3 = 20 - 8 - 3$	Ahora podemos decir que los valores que acompañan a X se pueden quitar. Pero es necesario realizar las mismas operaciones en el lado contrario para que la igualdad se mantenga.
$X + 8 + 3 - 8 - 3 = 20 - 8 - 3$	Por último resolvemos las operaciones de ambos términos
$X = 20 - 8 - 3$ $X = 9$	Y obtenemos el valor numérico de la variable X

4. Determine el valor de X que satisface la ecuación:

- a) $X + 8 + 3 = 20$
- b) $5 + X = 12$
- c) $2 + X + 4 + 1 = 15$
- d) $X + 8 - 3 = 14$
- e) $3 + x - 8 = 5$
- f) $x - 2 + 12 = 14$
- g) $3 + x + 8 = 16$
- h) $2 - 5 + x = 15 - 10$
- i) $x - 7 + 3 = 10 - 5$

5. Problema 1: La edad de Pedro es el doble de la edad de Juan y ambas edades suman 45 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

6. Problema 2: El largo de un rectángulo es el doble de su ancho y su perímetro es 72m. Determine las dimensiones del rectángulo.